

Chyby v riešeniach vybraných úloh z geometrie

Mistakes in Solving Selected Geometry Problems

Lucia Rumanová^{a*} – Júlia Záhorská^b

^{a,b} *Department of Mathematics, Faculty of Natural Sciences, Constantine the Philosopher University in Nitra,
Tr. A. Hlinku 1, 949 74 Nitra, Slovakia*

Received October 15, 2019; received in revised form October 19, 2019; accepted October 20, 2019

Abstract

The aim of this article is to analyze students' tasks related to spatial ability from the point of view of the theory of the didactical constructivism. We specify some misconceptions in students' knowledge structure in the conception of the cube buildings and we identify the causes of failure in the students' solutions. Selected sample of respondents were the students in the study field Pre-school and Elementary Education at Pedagogical faculty CPU in Nitra.

Keywords: misconceptions, geometry, problems, spatial ability, future teachers.

Classification: G10, G20, D32

Úvod

Vo vyučovacom procese sa často prejavujú nejasné, navzájom neprepojené alebo aj mylné poznatky žiakov. Žiacke zistenia sú z toho dôvodu nesprávne interpretované, smerujú k nesprávnym vysvetleniam alebo riešeniam problémov. Niekedy sa žiak snaží vo svojej odpovedi používať rôzne vedecké pojmy, snaží sa odborne argumentovať a riešiť danú problematiku. Používa pritom pojmy, ktoré sú nezriedka formálne vytvorené, žiak im poriadne nerozumie a hlavne mu chýba prepojenosť s bežnou praxou. Toto všetko negatívne ovplyvňuje vyučovací proces a aj ďalšie nadobúdanie vedomostí v rámci jeho priebehu. Ďalším problémom vo vyučovaní býva tiež izolované nadobúdanie vedomostí, ktoré je jednou z príčin, že nadobudnuté poznatky nie sú pre žiakov trvácne.

V našom článku sa preto budeme venovať miskoncepciám vo vyučovaní geometrie. Sústredíme sa na ich rozbor v riešeniach úloh, ktoré súvisia so stavbami z kociek. Naším cieľom je identifikovať najčastejšie miskoncepce v riešeniach geometrických úloh, ktoré boli zadané budúcim učiteľom predprimárneho vzdelávania.

Úlohy súvisiace so stavbami z kociek majú v učebniciach matematiky nezastupiteľné miesto, žiaci túto problematiku obľubujú, preto je potrebné zaraďovať ich do vyučovacieho procesu.

Konstruktivisticky orientované vyučovanie a miskoncepce vo vyučovacom procese

Východiskami pre konštruktivistickú výučbu, ako sa uvádza v [1], sú konštruktivizmus („umožni mi, aby som objavil“ – Piaget, Vygotskij) a konštrukcionizmus („najlepšie sa učím, keď niečo

*Corresponding author; email: lrumanova@ukf.sk
DOI: 10.17846/AMN.2019.5.2.23-29

vytváram, konštruujem“ – Papert). Ďalej autor [1] konštatuje, že učiteľ v konštruktivisticky orientovanom vyučovaní pôsobí predovšetkým ako facilitátor, čiže uľahčovateľ žiakovho učenia sa, pomáha žiakovi na jeho požiadanie. Vede ho na ceste poznávania, nemôže však, ak za žiaka vykonštruuje požadované vedomosti. K poznatkom sa musí žiak dopracovať sám a vlastnou aktivitou. Konštruktivistické koncepcie vyučovania predpokladajú, že poznanie je štruktúrované aktivitou subjektu. [2] Významným pojmom vo väčšine konštruktivistických didaktík je pojem prekoncept, ktorý je nástrojom konštrukcie poznania. Prekoncepty sú neustále prebudované a nový poznatok musí byť integrovaný do už existujúcich štruktúr, ktorými žiak disponuje. [3] Prekonceptom je predstava žiaka o danom pojme, ktorú má žiak pred preberaním daného učiva. Niektoré prekoncepty môžu byť miskoncepciami, zároveň však platí, že nie každý prekoncept je zároveň miskoncepciou, čiže mylnou predstavou žiaka o danom pojme.

Mnohé zahraničné pedagogické výskumy 80-tych rokov, ktoré boli personálno-konštruktivisticky orientované, poukazovali na to, že žiacke predstavy o obsahu prebratého učiva často nezodpovedajú predstavám o tom, čo má žiak po prebratí konkrétneho učiva ovládať. Výskumy potvrdzovali, že v žiakovej mysli existujú tzv. miskoncepcie, mylné poňatia učiva. Možnou príčinou ich vzniku je aj skutočnosť, že učiteľ zvyčajne nezisťuje pred preberaním novej témy, aké sú predstavy žiakov o obsahu jednotlivých pojmov nového učiva, ako žiaci chápu jednotlivé načrtnuté problémy a čo si o danom učive myslia. Preto môže pôvodná predstava žiaka o učive (prekonceptia) rušivo pôsobiť v mysli žiaka počas učiteľovho výkladu učiva. To môže zapríčiniť vznik formálnych vedomostí žiaka, ktoré nie sú prakticky použiteľné. [1]

Dôležitou súčasťou inovatívnych stratégií vo vyučovaní sú aj nové formy dialógu a interakcií medzi učiteľom a žiakom. Diskusiu vedie učiteľ tak, aby počas nej analyzoval odpovede žiakov a zohľadňoval podľa možnosti pri kladení nových otázok najčastejšie chyby žiakov. Na základe zistených nedostatkov a miskoncepcií uvedie žiakom vhodné príklady aj protipríklady tak, aby podporil rozvoj schopnosti argumentácie a rozvíjal u žiakov kritické myslenie. Rýchla a účinná spätná väzba je zároveň kľúčovým faktorom formatívneho hodnotenia. Vytvorenie skreslených a chybných predstáv, ako aj nepochopenie základných súvislostí je tiež zdrojom miskoncepcií a dôvodom neúspešnosti žiakov pri riešení úloh. [4]

V [5] sa uvádza, že deformované mentálne štruktúry, čiže miskoncepcie, vznikajú, ak sa vo výučbe nezohľadňujú prekoncepty žiakov, ak sa žiakom predkladajú tzv. hotové poznatky alebo ak dochádza k neprípustnému zovšeobecňovaniu. Miskoncepcie zároveň považujeme za príčinu nesprávnych predpovedí, interpretácií, vysvetlení alebo riešení problémov v oblasti vedy. Identifikácia aktuálnych prekonceptov i miskoncepcií žiakov je jedným z nutných predpokladov navodenia mentálneho konfliktu, čo je významné z hľadiska vnútornej motivácie k učeniu sa žiaka. Táto identifikácia je možná „premýšľaním nahlas“ o riešenom probléme, analýzou verbálnych protokolov, resp. videozáznamov, prostredníctvom interview a testov alebo dotazníkov s možnosťou výberu odpovede. Dobré pripravený test umožňuje rýchle zistenie žiackych predstáv s relatívne jednoduchým vyhodnocovaním. Kvalitná príprava testu si však vyžaduje znalosť najčastejších prekonceptov a miskoncepcií.

Pri nadobúdaní nových poznatkov je nevyhnutné odstrániť u žiakov miskoncepcie a zabezpečiť tak, aby vedomosti neboli formálne. Ako príklad postupu odstraňovania miskoncepcií uvádzame postup Kubiátka (2007, in [6]):

1) Navodiť u žiaka nesúhlas, nespokojnosť, rozpor s jeho pôvodným chápaním učiva. Žiak musí sám dospieť k presvedčeniu, že jeho doterajšia predstava je nesprávna.

2) Nové učivo musí byť vysvetlené tak, aby bolo žiakovi zrozumiteľné, aby ho dokázal pochopiť a začal o ňom rozmýšľať.

3) Vysvetľovanie učiva musí byť pre žiaka presvedčivé, hodnoverné a hlavne prijateľné. Pri akceptovaní týchto podmienok je žiak ochotný si vyskúšať, či by bolo pre neho akceptovateľné a aké veľké zmeny by musel urobiť.


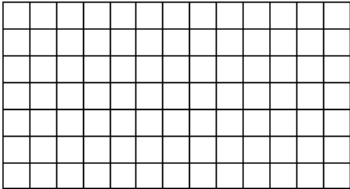
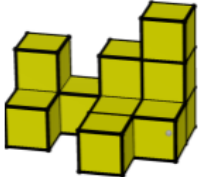
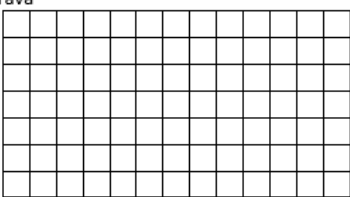

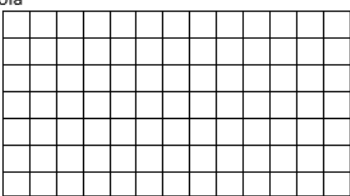
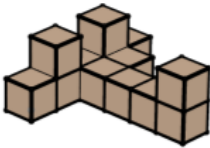
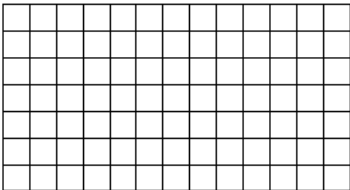
4) Pochopenie učiva musí byť pre žiaka použiteľné a užitočné. Žiak by si mal vyskúšať, nakoľko je nové prijatie výhodnejšie pri riešení problémov a situácií, s ktorými sa stretáva.

Charakteristika výskumnej vzorky a miskoncepce v riešeních geometrických úloh

Výskumnú vzorku tvorilo 68 študentov 2. ročníka študijného odboru „Predškolská a elementárna pedagogika“ Pedagogickej fakulty Univerzity Konštantína Filozofa v Nitre. Túto vzorku môžeme považovať za reprezentatívnu, nakoľko sú to absolventi rôznych slovenských stredných škôl. Výskum mal len deskriptívny charakter.

Uvedení študenti riešili štyri úlohy:

1. Nakreslite do pripravenej štvorcovej siete uvedené pohľady na danú stavbu z kociek.

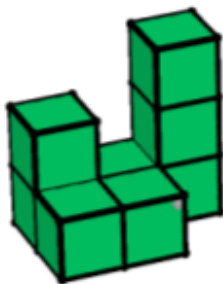
	<p>Pohľad zhora</p> 
	<p>Pohľad sprava</p> 
	<p>Pohľad zdola</p> 
	<p>Pohľad spredu</p> 

2. Z koľkých kociek je postavená stavba, ktorú vidíte na obrázku, ak žiadna kocka vzadu nechýba ani nevychnieva?



Stavba je postavená z/zo _____ kociek.

3. Koľko kociek je potrebných na dostavenie kockovej stavby tak, aby vznikol čo najmenší kváder (žiadna kocka vzadu nechýba ani nevyčnieva)?



Potrebných je _____ kociek.

4. V úlohe 3. ste vytvorili kváder.

- Načrtnite daný kváder, určte jeho rozmery, ak viete, že jedna kocka má dĺžku hrany 1 cm.
- Postavený kváder chcete teraz natrieť červenou farbou. Koľko štvorcov natriete touto červenou farbou?

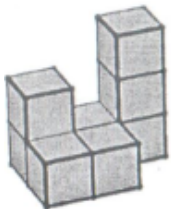
V nasledujúcej časti uvedieme konkrétne riešenia úloh, ktorých súčasťou budú miskoncepce (viď Tabuľka 1).

Tabuľka 1: Miskoncepce v študentských riešeniach

Úl. 3 Riešenie študenta



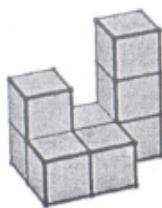
Potrebných je 2 kociek.



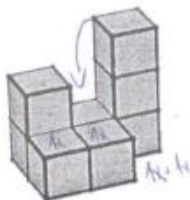
Potrebných je 4 kociek.

Popis možnej miskoncepce

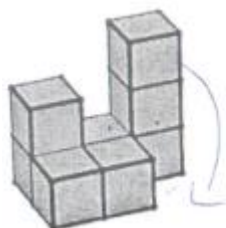
- chybná predstava o kvádri ako telese
- snaha o doplnenie kockami len tzv. prázdnych miest v predlohe



Potrebných je 0 kociek.



Potrebných je 8 kociek.



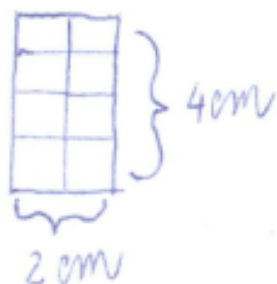
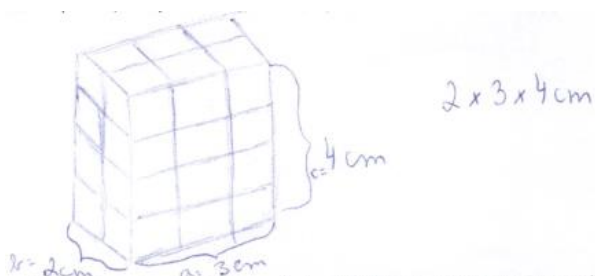
Potrebných je 8 kociek.

- chybná predstava o kvádri ako telese

- úvaha, že jednotlivé časti telesa v predlohe sú už kvádrami, preto netreba doplniť ďalšiu kocku

- nepochopený pojem dopĺňania predlohy kockami na kváder (úloha bola vyriešená premiestnením a doplnením kociek do požadovaného kvádra)

Úl. 4 a) Riešenie študenta



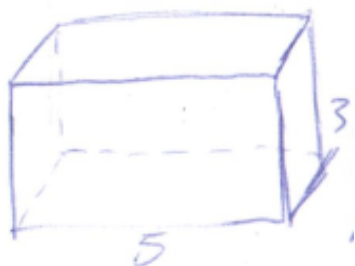
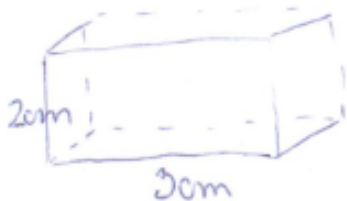
Popis možnej miskoncepce

- riešenie nespĺňa podmienku doplnenia na najmenší kváder

- chybná predstava o možných rozmeroch kvádra (často uvažujú len o kvádri s hranami rôznych dĺžok)

- zámena rovinného a priestorového útvaru

- nesprávna predstava o jednoznačnom určení rozmerov telesa



- nesprávna predstava
o jednoznačnom určení
rozmerov telesa pri správnom
načrtnutí telesa

Úl. 4 b) Riešenie študenta



$$6 \times 3 = 18 \text{ cm}^2$$

$$S = 2 \cdot (a \cdot b) + 2 \cdot (b \cdot c) + 2 \cdot (a \cdot c)$$

$$S = 2 \cdot (3 \cdot 2) + 2 \cdot (2 \cdot 3) + 2 \cdot (3 \cdot 3)$$

$$S = 12 + 12 + 18$$

$$S = \underline{\underline{42 \text{ cm}^2}}$$

$$2 \cdot (a \cdot b) + 2 \cdot (a \cdot c) + 2 \cdot (b \cdot c) =$$

$$2 \cdot 6 + 2 \cdot 12 + 2 \cdot 8 =$$

$$12 + 24 + 16 = 52$$

Popis možnej miskoncepce

- zamieňanie pojmov objem
a povrch telesa (využitie vzorca
pre objem telesa s uvedenými
jednotkami pre povrch telesa)

- riešenie je správne pre kocku
s dĺžkou hrany 1 cm, pre iný
rozmer kocky by prijaté závery
neboli správne

Záver

Rôzne testovania poukazujú na časté chyby v riešeníach geometrických úloh. Tento fakt potvrdili aj naše zistenia, ktoré sú v súlade so zisteniami aj iných autorov. Napríklad v [7] sa uvádza: „Výsledky testovania žiakov štvrtých ročníkov ukázali, že pri identifikácii rovinných útvarov je častou chybou zámena rovinného a priestorového útvaru. Uvedený jav sme si všimli aj pri testovaní detí predškolského veku, nielen u nich ale aj v študentoch učiteľského štúdia, ktorí deťom kládli otázky. Príkladmi sú dvojice kocka – štvorec, trojuholník – ihlan, obdĺžnik – kváder. Tieto časté miskoncepce pretrvávajú z predškolského veku a vôbec nie sú eliminované.“

Cieľom výchovno-vzdelávacieho procesu nie je len sprostredkovať žiakom rôzne informácie, ale hlavne rozvíjať ich schopnosť myslieť, čo sa v matematike dá jednoznačne riešením rôznych úloh. Učiteľ tak môže zistiť chyby žiakov a to vrátane miskoncepcií, ktoré sú príčinou žiackeho neporozumenia. Navodí sa tým v rámci vyučovacieho procesu diskusia učiteľa so žiakmi, resp. medzi žiakmi samotnými. Získa sa spätná väzba, prečo sa miskoncepcie vyskytli, čo môže smerovať k zlepšeniu žiackych vedomostí a teda aj ich výsledkov žiakov z predmetu matematika.

Literatúra

1. Tóthová, R. 2014. Konštruktivistický prístup vo výučbe ako možnosť rozvoja myslenia žiakov. Metodicko-pedagogické centrum Bratislava. [5. 9. 2019] Dostupné: <https://mpc-edu.sk/sites/default/files/projekty/vystup/tothova.pdf>. ISBN 978-80-565-0004-0 .
2. Skalková, J. 2007. Obecná didaktika. Havlíčkův Brod. Grada Publishing, a. s. ISBN 978-80-247-1821-7.
3. Bertrand Y. 1998. Soudobé teorie vzdělávání. Praha: Portál, s. r. o., 1998. 247 s. ISBN 80-7178-216-5.
4. Lukáč, S a kol. 2016. Bádateľsky orientované vyučovanie matematiky a informatiky na stredných školách. 1. vydanie. Košice: Prírodovedecká fakulta UPJŠ v Košiciach, 2016. 222 s. ISBN 978-80-8152-471-4.
5. Biznárová, V. 2005. Možnosti zisťovania koncepcií súvisiacich s pojmami teplota, teplo a tepelná výmena, In Zborník z konferencie Šoltésove dni 2005. Bratislava: MCMB, 2005. s. 14-18. [5. 9. 2019] Dostupné: http://www.scholaludus.sk/new/index.php?go=projektova_skupina&sub1=haverlikova_publicacie . ISBN 80-7164-398-X.
6. Bystrianska, M., Čerňanský, P. 2013. Diagnostika miskoncepcií pri téme hustota. In Tvorivý učiteľ fyziky VI. Smolenice 7. - 10. 4. 2013. [3. 9. 2019]. Dostupné: https://ufv.science.upjs.sk/projekty/smolenice/prispevky_13.htm
7. Gunčaga, J., Tkačík, Š. 2017. Príčiny miskoncepcií základných geometrických útvarov u žiakov na prvom stupni základných škôl. In Sborník příspěvků z 11. mezinárodní vědecká konference – Didaktická konference 2017 1. a 2. června 2017 / Brno, Česká republika. [2. 9. 2019] ISBN 978-80-210-8590-9. s. 48 – 59. Dostupné: https://katedry.ped.muni.cz/didaktickakonference/wpcontent/uploads/sites/37/2018/02/did_konf.pdf .