

Vliv využití programu GeoGebra na rozvoj rovinné a prostorové představivosti žáků 5. tříd ZŠ

Effect of the Use of GeoGebra Software on the Development of Plane and Spatial Imaginations of Pupils of 5th Grades of Elementary School

Vlastimil Chytrý^a – Anna Hlaváčková^a

^a Department of Preschool and Primary Education, Faculty of Education, University of Jan Evangelista Purkyně in Ústí nad Labem, Hořeni 13, 400 96 CZ

Received February 11, 2018; received in revised form February 26, 2019; accepted March 1, 2019

Abstract

The presented article deals with the development of plane and spatial imaginations in the teaching of geometry of the 5th year of primary schools supported by the GeoGebra software. The results of the IT tests on plane and spatial imagination were compared at the two primary schools in Teplice, of which only geometry teaching will take place within ICT hours - using GeoGebra. The design of the research was a classic experiment with pretest and posttest. Testing was carried out in two stages - at the beginning and at the end of the school year 2017/2018. The aim of the research is to evaluate the effectiveness of the GeoGebra software and to verify the hypothesis that this program is important for the development of flat and spatial imagination in primary school pupils. The results showed no difference between classes that worked with GeoGebra software and those who don't.

Keywords: GeoGebra, plane geometry, plane imaging, spatial geometry, spatial imagination.

Classification: D40, U50, N60, N80, U70

Úvod

Všeobecná encyklopedie definuje představivost jako „schopnost jedince vytvářet představy a operovat s nimi.“ (Benešová, 1999, s. 284). Je však také možné ji vnímat jako hlavní předpoklad tvořivých činností a řešení problémových situací. V rámci předloženého příspěvku je nutné odlišovat mezi představivostí / představami jako obecným pojmem a její restrikcí ve smyslu rovinné a prostorové představivosti.

Zatímco z obecného hlediska se dané problematice (představ) věnovalo značné množství autorů, mezi které je možné zařadit například Kujala (1967), Čápa (1980) nebo Singuleho (1990), v případě rovinné a prostorové představivosti není zastoupení autorů tak široké. Perenčaj a Repáš (1985) o prostorové představivosti hovoří následovně:

*Corresponding author; email: vlchytry@gmail.com

„Mohli bychom říci, že je to jakési vidění prostoru. Ale ten přeci musí vidět každý, kdo vidí. Problém je v tom, že nestačí prostor vidět, ale je nutné si ho i uvědomovat.“

Perný (2004), upozorňuje, že se často v literatuře, ale někdy i mezi matematickou veřejností, chápe představivost více méně geometricky, což je pojetí příliš úzké. Sám ji pak dělí na třídy: **i)** matematickou, **ii)** geometrickou, **iii)** prostorovou.

Oproti němu například Košč (1972) dělí matematickou představivost na reprodukční a tvůrčí. Za nutné považujeme zmínit, že se jedná se o konstrukt (prostorová představivost a představivost obecně), který je možné určitými činnostmi rozvíjet. Částečně se tak dotýkáme problematiky existujících mýtů u laické veřejnosti o stabilním „vrozeném“ původu některých konstruktů (viz podobně např. metakognice – Říčan, 2016).

Z nejobecnějšího pohledu je možné tvrdit, že od narození se člověk pohybuje v prostoru. Všechno, co vidí, čeho se dotýká, co vnímá, je trojrozměrné. K rozvoji prostorové představivosti tak dochází na základě přirozeného vývoje jedince.

Molnár (2004) uvádí, že prostorovou představivost pomáhají rozvíjet již v předškolním věku všechny aktivity, při kterých dítě přichází do styku s geometrickými objekty, a to především prostřednictvím didaktické hry.

Metodologie

V rámci výzkumného šetření bylo řešeno hned několik výzkumných problémů (VP) týkajících se GeoGebry (dále jen GG) a rovinné/prostorové představivosti, které byly nadále precizovány na základě hypotéz:

VP1: *Jaký vliv má používání programu GG na rozvoj rovinné a prostorové představivosti žáků 5. tříd ZŠ?*

VP2: *Jaký je vztah mezi pohlavím žáků a jejich úspěšností v testech?*

VP3: *Jaký je vztah mezi rovinnou a prostorovou představivostí žáků 4. či 5. tříd ZŠ a jejich prospěchem v předmětu Matematika?*

VP4: *Jaký je vztah mezi lateralitou žáků 5. tříd ZŠ a jejich rovinnou a prostorovou představivostí?*

Těmto výzkumným problémům byly vždy formulovány příslušné hypotézy včetně nulových hypotéz.

- **H1:** *U žáků, kteří pracovali s programem GG, dojde k rozvoji rovinné a prostorové představivosti.*

H10: *Práce s programem GeoGebra nemá na rovinnou a prostorovou představivost vliv.*

- **H2:** *Existuje významný rozdíl mezi výsledky chlapců a dívek v úrovni rovinné a prostorové představivosti.*

H20: *Rovinná a prostorová představivost je stejná pro chlapce i dívky.*

- **H3:** *Žáci s lepším prospěchem mají lepší rovinnou a prostorovou představivost.*

H30: *Úroveň rovinné a prostorové představivosti žáka není závislá na jeho školním hodnocení z matematiky.*

- **H4:** Mezi výsledky testů levorukých a pravorukých žáků nejsou rozdíly v úrovni rovinné a prostorové představivosti.

H40: Úroveň rovinné a prostorové představivosti není závislá na lateralitě.

Popis testovaného souboru

Respondenty byli žáci 5. ročníků dvou základních škol v Teplicích v Ústí nad Labem (Česká republika), jež dosahují při různých šetřeních a soutěžích obdobné výsledky (není mezi nimi statisticky významný rozdíl). Komparace těchto dvou skupin je tak z metodologického hlediska možná.

Experimentální skupina je tvořena žáky ZŠ U Nových lázní, s 504 žáky, ve které byla realizovaná kromě standardní výuky geometrie i výuka s podporou GG. Roli kontrolní skupiny, u níž probíhala výuka geometrie bez GG, zastávala ZŠ Buzulucká (ZŠ s rozšířeným vyučováním matematiky a přírodovědných předmětů), o počtu 749 žáků. Do šetření se zapojilo celkem N=114 žáků (tab. 1). V případě ZŠ U Nových lázní je poměr zastoupení 40 % dívek a 60 % chlapců. U ZŠ Buzulucká je to 44 % dívek a 56 % chlapců. Z hlediska pohlaví se tak jedná o srovnatelné soubory.

Tabulka 1 - Počet respondentů

	Experimentální skupina	Kontrolní skupina	Celkem žáků
Celkem žáků	59	55	114
Z toho dívek	24	24	48
Z toho chlapců	35	31	66

Použitý nástroj ke sběru dat

Sběr dat byl proveden za pomoci dvou nestandardizovaných nástrojů a to z toho důvodu že na „změření“ úrovně rovinné a prostorové představivosti není v ČR dosud žádný nástroj validizován. U těchto testů nebyly realizovány všechny kroky obvyklé při přípravě a ověřování testů standardizovaných (Chráška, 2007).

Z tohoto důvodu byl pro účely testování rovinné a prostorové představivosti sestaven nový nástroj, který byl diskutován s experty na poli didaktiky matematiky věnujícími se geometrii.

Při sestavování testových otázek pro rovinnou a prostorovou představivost byla kladena maximální důležitost na to, aby byly zapojeny veškeré možné manipulace s obrázkem v rovině i prostoru, do nichž můžeme zahrnout úlohy:

- i) překlápění plošných obrazců,
- ii) rotaci plošných obrazců,
- iii) doplňování částí plošných obrazců,
- iv) určování počtu geometrických tvarů,
- v) skládání sítě těles,
- vi) rozkládání sítě těles,
- vii) rotaci těles.

Z důvodu časové náročnosti byla nutná redukce počtu oblastí. Na základě rozhovoru s experty byly nakonec zapojeny kategorie: **i)** skládání sítě těles, **ii)** rozkládání sítě těles, **iii)**

rotace krychlových těles, **iv**) skládání sítě krychlových těles s doplněním počtu teček, tzv. „pomalované kostky“. Celý nástroj je prezentovaný v práci Hlaváčkové (2019).

Takto sestavený nástroj byl použit dvakrát. Jednou jako pretest a v drobné úpravě pak také jako posttest. Časová dotace pro vyřešení všech položek byla 20 minut. Celkem byly do testu zahrnuty čtyři položky, kde každá odpovídala výše zmíněné kategorii. Vzhledem k věku respondentů byly využity primárně úlohy na přiřazení správné odpovědi. Jednotlivé položky byly hodnoceny dichotomicky 1 – správná odpověď, 0 – špatná odpověď. Celkem tak žák mohl získat 0 – 4 body a pro testování hypotéz bylo využito neparametrických statistických metod (vzhledem k ordinalitě dat).

Deskriptivní analýza

Vlastní deskripce byla provedena na základě úspěšnosti v jednotlivých položkách (tab. 2) a také na základě celkového skóre, kterého mohl žák dosáhnout (tab. 3).

Tab. 2: Úspěšnost v jednotlivých položkách.

Škola	Pohlaví	Správné odpovědi 1. úlohy [%]	Správné odpovědi 2. úlohy [%]	Správné odpovědi 3. úlohy [%]	Správné odpovědi 4. úlohy [%]
ZŠ U Nových lázní	Dívky	50	63	54	63
	Chlapci	51	32	36	24
ZŠ Buzulucká	Dívky	79	58	54	25
	Chlapci	42	33	35	20

Vzhledem ke zjištěným hodnotám je nutné se zaměřit zvláště na chlapce a zvláště na dívky. Zatímco u chlapců se jako nejvíce problematická jevila úloha číslo 4 se zaměřením na skládání sítě krychlových těles s doplněním počtu teček, tzv. „pomalované kostky“, děvčata měla problémy s úlohou číslo zaměřenou na rotace krychlových těles. Z tohoto důvodu byla také následná deskriptivní analýza provedena zvláště pro obě pohlaví.

Tab. 3: základní deskriptiva ve vztahu k pohlaví

Experimentální skupina	Pretest		Posttest	
	Chlapci	Dívky	Chlapci	Dívky
medián	2,00	2,00	3,00	2,00
modus	2,00	2,00	3,00	3,00
Kontrolní	Pretest		Posttest	
	Chlapci	Dívky	Chlapci	Dívky
medián	3,00	2,00	2,00	2,00
modus	3,00	2,00	2,00	3,00

Z tabulky 3 je patrné, že není možné očekávat rozdíl mezi pohlavím a to jak v případě pretestu, tak také u posttestu. Ke stejnému závěru bychom dospěli i v případě porovnání

experimentální a kontrolní skupiny. Jediný rozdíl je možné sledovat u posttestu. Této nuanci se budeme nadále věnovat v rámci induktivní analýzy.

Induktivní analýza

Pro účely testování hypotézy H_1 byl použit Wilcoxonův párový U test, kdy testujeme proti nulové hypotéze říkající, že mediány pro první a druhé měření jsou si rovny a to zvlášť pro experimentální a kontrolní skupinu.

Zjištěné hodnoty p -level jsou $p = 0,52$ pro experimentální skupinu a $p = 0,35$ pro kontrolní skupinu. Není tak možné zamítnout H_{01} a docházíme k závěru, že využití programu Geogebra nevede k rozvoji rovinné a prostorové představivosti.

Tato skutečnost byla ověřena také u kontrolní skupiny z toho důvodu, abychom vyloučili možnost, že například dojde ke statisticky významnému zhoršení nebo bude případné zlepšení zapříčiněno dalšími faktory. Ukázalo se také, že využití programu nevedlo ani ke zvýšení oblíbenosti výuky matematiky (Hlaváčková, 2019).

Druhá hypotéza (H_2) byla testována na základě Mann – Whitney U testu a to zvlášť pro pretest a posttest.

Zjištěné hodnoty byly $p = 0,36$ pro pretest a $p = 0,007$ pro posttest. V rámci posttestu se tak ukázal statisticky významný rozdíl mezi chlapci a děvčaty ve prospěch chlapců, jak je patrné z tabulky 4.

Tabulka 4 - Porovnání úspěšnosti prvního a druhého testu z hlediska pohlaví

		1. otázka		2. otázka		3. otázka		4. otázka	
		1. test	2. test	1. test	2. test	1. test	2. test	1. test	2. test
ZŠ U Nových lázní	dívky	50 %	67 %	63 %	79 %	54 %	71 %	63 %	42 %
	chlapci	88 %	82 %	56 %	82 %	62 %	71 %	41 %	59 %
ZŠ Buzulucká	dívky	79 %	58 %	58 %	46 %	54 %	83 %	25 %	25 %
	chlapci	74 %	45 %	58 %	61 %	61 %	65 %	35 %	19 %

Na základě jednoduché korelační analýzy byla testována závislost úrovně rovinné a prostorové představivosti na školním hodnocení z matematiky H_3 . Toto šetření proběhlo před aplikací GeoGebry. Bylo využito Spearmanova korelačního koeficientu (Spearman, 1904), kdy testujeme oproti nulové hypotézy hovořící o nulovém korelačním koeficientu. Čistě z důvodu precizace bylo toto šetření rozděleno zvlášť pro čtvrtý a pátý ročník, kdy pro čtvrtý ročník byla zjištěna hodnota $r = -0,445$ ($p=0,000$) a pro pátý ročník pak $r = 0,18$ ($p=0,21$).

V případě čtvrtého ročníku je možné hovořit o středně silné závislosti a zamítnutí nulové hypotézy. V případě pátého ročníku o nízkém korelačním koeficientu, kdy nebylo možné nulovou hypotézu o nulovém korelačním koeficientu zamítnout. (Hendl, 2012; Chrátka, 2016).

Jelikož pro školní hodnocení platí, že čím vyšší je jeho hodnota, tím horší jsou žákovy schopnosti a u didaktického testu je toto hodnocení opačné, značí záporná hodnota korelačního koeficientu skutečnost, že čím horší je školní hodnocení žáka, tím nižších hodnot dosahuje v didaktickém testu.

Poslední testovaná hypotéza byla šetřena opět na základě Mann – Whitney U testu a to zvlášť v rámci pretestu a posttestu. Zjištěné hodnoty p -level byly $p = 0,88$ pro pretest a $p = 0,65$ pro posttest. Ani v jednom případě tak není možné zamítnout nulovou hypotézu H_{04} a je

tak možné tvrdit, že leváci i praváci mají obdobnou úroveň rovinné a prostorové představivosti.

Diskuze a závěr

Již Gardner (1999) upozorňuje na malé množství výzkumů, které by se zbývaly problematikou prostorové představivosti u dětí v porovnání s testováním jazykových či logických schopností. Jedná se tak o opomíjenou oblast a to již například z hlediska skutečnosti, že během lidské ontogeneze je možné typy představivosti rozvíjet a dotvářet. V rámci diskuze a závěru se budeme odvolávat na závěry, ke kterým dospěla Charvátová (2017, s. 94) a tedy, že

„cílené působení na žáky má vliv na úroveň jejich prostorové představivosti, projevuje se však odlišně u různých typů úloh“.

Považujeme za nutné zmínit, že škola by neměla opomíjet na rozvoj představivosti u svých žáků (Hejný 1990; Zilcher, 2013). Uvážíme-li, že představy v sobě obsahují samotný cíl činnosti (Švingalová, 1995), pak platí, že cokoliv chceme udělat, musíme si umět představit. Tyto představy následně souvisí s cílem a způsobem, jakým toho dosáhnout. Je tedy zřejmé, že představy ovlivňují celý náš budoucí postup tvorby.

V rámci předloženého článku bylo nastíněno, že rozvoj rovinné a prostorové představivosti nemusí probíhat pouze na základě běžných činností případně manipulace s předměty, ale je možné jej docílit také na základě činností v programu GeoGebra. V pretestu a posttestu však nebyl sledován statisticky významný rozdíl. Je tak možné tvrdit, že využití programu GeoGebry nevedlo sice ke zlepšení rovinné/prostorové představivosti, nedošlo však ani k jejímu zhoršení.

Na to, aby bylo možné tyto závěry s jistotou potvrdit, bylo by nutné pracovat s větším souborem respondentů. Může totiž dojít ke skutečnosti, že práce s programem GeoGebra vede k rozvoji rovinné/prostorové představivosti, avšak v průběhu experimentu nebyly použity vhodné aktivity.

Případně je také možné pracovat pouze s některými třídami představivosti tak, jak jsou zmíněny v úvodu a ty se snažit rozvíjet tak, jak například popisuje Nováková (2018) pro vědecké myšlení.

Pro zajímavost také uvádíme příklad využití virtuální reality, jakožto prostředku rozvoje kognitivních funkcí s ohledem na orientaci a prostorovou představivost u klientů s poruchou intelektu. Na toto využití poukazuje Vostrý (2018), který u experimentální skupiny probandů s poruchou intelektu využil volně dostupné komerční produkty (hry na herní konzole) a v případě komparace pretestu a posttestu zaznamenal zlepšení v testovaných oblastech.

Poděkování

Článek byl sepsán za podpory grantu SGS University Jana Evangelisty Purkyně v Ústí nad Labem s názvem *Závislost metakognitivních znalostí, kritického myšlení a dalších dovedností na typu vzdělávacího programu.*

Literatura

Čáp, J. (1980) *Psychologie pro učitele*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství.

Benešová, J. (1999). *Velký slovník naučný*. Praha: Diderot.

- Gardner, H. (1999). *Dimenze myšlení: teorie rozmanitých inteligencí*. Praha: Portál.
- Hejný, M. (1990). *Teória vyučovania matematiky 2* (2. vyd.). Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo.
- Hendl, J. (2012). *Přehled statistických metod*. Praha: Portál.
- Hlaváčková, A. (2019) *Vliv využití programu GeoGebra na rozvoj rovinné a prostorové představivosti žáků 5. tříd ZŠ*. (Diplomová práce). Univerzita J. E. Purkyně v Ústí nad Labem.
- Charvátová, L. (2019). *Rozvoj geometrické představivosti prostřednictvím her*. (Rigorózní práce). Technická univerzita v Liberci.
- Chrátka, M. (2016). *Metody pedagogického výzkumu*. Praha: Grada.
- Košč, L. (1972). *Psychológia matematických schopností*. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo.
- Kujal, B. (1967). *Pedagogický slovník - 2. díl (P/Ž)*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství.
- Molnár, J. (2005) *Matematické nadání a prostorová představivost*. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta.
- Nováková, A. (2018). Poznatky o vědeckém myšlení žáků a možnostech jeho rozvoje. Odumírání lidskosti? In. *Výchovné výzvy v současné škole*, 197- 204.
- Pernčaj, J. & Repáš V. (1985). Diagnostika rozvoje stereometrických představ studentů vysokých škol technických. *MFvŠ* 16.
- Perný, J. (2004). *Tvořivost k rozvoji prostorové představivosti*. Liberec: Technická univerzita.
- Říčan, J. (2016). *Metakognice a metakognitivní strategie jako teoretické a výzkumné konstrukty a jejich uplatnění v moderní pedagogické praxi*. Most: Hněvín.
- Singule, F. (1990). *Americká pragmatická pedagogika*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství.
- Spearman, C. (1904). The Proof and Measurement of Association between Two Things. *The American Journal of Psychology*, 15(1): 72-101. doi: 10.2307/1412159.
- Švingalová, D., (1995). *Základy psychologie (Kognitivní složka osobnosti)*. II. díl: *Základy obecné psychologie* (1. vyd.). Liberec: Technická univerzita v Liberci.
- Vostrý, M. (2018). Selected opportunities for access to geriatric clients from the perspective of assisting professions. *Journal of Education Culture and Society*, 8(1), 89-95. doi: <https://doi.org/10.15503/jecs20181.89.95>
- Zilcher, L. (2013). *Analýza používaných inkluzivně didaktických strategií v ČR a USA*. Ústí nad Labem: UJEP.