

Reforma matematického vzdelávania na Slovensku a niekoľko poučení z histórie

The Reform of Mathematical Education in Slovakia and a few Lessons to be Drawn from History

Jozef Fulier^a

^a Department of Mathematics, Faculty of Natural Sciences, Constantine the Philosopher University in Nitra, Tr. A. Hlinku 1, SK-949 74 Nitra,

Received 30 September 2016; received in revised form 2 October 2016; accepted 3 October 2016

Abstract

In this article we deal with some consequences of the reform of mathematical education (2008) in the Slovak Republic. We argue that the answers to some of the myths associated with education in mathematics can be also found in the history and historical documents, such as the two most famous legends of Euclid of Alexandria. Many educational experiments are modeled on the "treatment A versus treatment B" model used in agricultural or medical research. It is undoubtedly interesting that quite a precise description of this method can be found even in the Old Testament, which is probably the oldest known written description of this method

Keywords: reform of mathematical education, history of mathematics Euclid of Alexandria, Old Testament

Classification: A30, B20, D30, E10

Úvod

V článku chceme upozorniť na niektoré paradoxy, resp. mýty, ktoré sú v súvislosti s reformou školstva a vzdelávania v Slovenskej republike z roku 2008 rozšírené nielen v laickej verejnosti (vrátane žiakov našich škôl), ale bohužiaľ aj vo verejnosti odbornej. Samozrejme nechceme sa vyjadriť k celej reforme vzdelávania, ale iba jej parciálnej časti, k matematickému vzdelávaniu.

K zhodnoteniu situácie okolo reformy matematického vzdelávania nám možno pomôže ľahké obzretie sa do histórie, pretože stále je v platnosti citát (pre niekoho príliš vznešený či otrepaný):

„História je svedectvom času, svetlom pravdy, živou pamäťou, učiteľka života a poslom minulosti.“[†]

Autorom tohto citátu je známy rímsky filozof a politik *Marcus Tullius Cicero* (106 – 43 pred Kr.). K tomu, aby sme hneď na úvod naznačili smer našich konštatovaní a argumentov, pomôžeme si ďalším múdрым citátom od toho istého autora:

„Je ľudské mýliť sa, ale bláznovstvom je v omyle zotrvať.“

*Corresponding author; email: jfulier@ukf.sk

[†] Historia est testis temporum, lux veritas, vita memoriae, magistra vitae, nuntia velustatis.

1 Reforma matematického vzdelávania v SR a niekoľko s ňou spojených paradoxov

V posledných dvadsiatych či dokonca až tridsiatych rokoch bola s nemalou dávkou naliehavosti diskutovaná potreba zmeny nášho školstva, o nevyhnutnosti jeho humanizácie, humanizácie vzdelávania žiakov našich základných a stredných škôl, so zaujímavým a v podstate výhradným akcentom na oblasť prírodovedných, technických a aplikovaných odborných predmetov, vrátane matematiky. Na prelome tisícročia našli tieto snahy v Slovenskej republike (vzhľadom na spoločnú históriu to bolo podobné i v Českej republike) vyjadrenie v obsahovo zaujímavých školských dokumentoch.* V tomto období bol považovaný za jeden z hlavných cieľov pripravovanej reformy školstva v SR premena tradičnej výchovy a vzdelávania na *tvorivo - humánnu výchovu a vzdelávanie*. Samotný princíp humanizácie výchovy a vzdelávania bol chápaný ako orientácia na osobnosť vzdelávajúceho sa ako ľudskej individuality s právom na vlastné rozhodovanie, vlastný rozvoj v zmysle princípov humanizmu. Iste nikoho neprekvapovalo, že sa nenašiel temer nikto z odbornej verejnosti, kto by s humanizáciou vzdelávania nesúhlasil. Problémy sa začali prejavovať v konkrétnom prepojení oných vznešených a všeobecne prijímaných princípov s realitou každodenného života, v ktorom malo dochádzať k ich naplneniu. Prvé varovné signály sa začali objavovať, keď pod rúškom *humanizácie vzdelávania* sa začali objavovať **vedomé či podvedomé snahy o obmedzenie až likvidáciu prírodovedného a matematického vzdelávania** nielen na základných, stredných, ale aj vysokých školách najmä technického zamerania.

V oblasti vzdelávania v školskej matematike (t.j. matematike na základnej a strednej škole) sa obavy odbornej verejnosti skutočne naplnili v **reforme vzdelávania schválenej v roku 2008**. Svedčia o tom jedny z kľúčových indikátorov, ktorými sú bezpochyby *počty povinných hodín v učebných plánoch* z matematiky na základnej škole a na gymnáziách (pozri *Tabuľku 1*). Došlo totiž k významnému poklesu počtu povinných hodín (o viac ako 21,4 % v porovnaní s obdobím pred spomínanou reformou v roku 2008), ktorý v súčasnosti veľmi negatívne ovplyvňuje úroveň matematického vzdelávania v SR.

Stupeň vzdelávania	Počty povinných hodín (rámcový učebný plán) z matematiky	
	Stav pred rokom 2008	Stav v rokoch 2015 - 2016
Základná škola, 1. - 4. ročník (ISCED 1)	19	14
Základná škola, 5. - 9. ročník (ISCED 2)	23	19
Gymnázium (ISCED 3A)	14	11
Základná škola a gymnázium spolu	56	44 (78,58 %)

Tabuľka 1

Je pritom skutočne pozoruhodné, ba až **paradoxné**, že základným spúšťacím mechanizmom pre reformu matematického vzdelávania v SR v roku 2008 sa stali požiadavky *Európskeho parlamentu* pre zakomponovanie jej *odporúčaní* do nášho vzdelávacieho systému (zavedenie

* *Milénium - Koncepcie rozvoja výchovy a vzdelávania v Slovenskej republike na najbližších 15 – 20 rokov* (autori: Rosa, V. – Turek, I. - Zelina, M., 2001) a *Národný program výchovy a vzdelávania v Slovenskej republike*.

novej štruktúry vo forme ISCED klasifikácie), pričom potreba tejto reformy pre vzdelávanie v matematike bola pravidelne zdôvodňovaná **neuspokojivými výsledkami testovania OECD PISA*** v tzv. *matematickej gramotnosti* žiakov SR v rokoch 2003 a 2006. Ak však liekom na **tieto neuspokojivé výsledky testovania PISA OECD** malo byť **zníženie počtu hodín v predmete matematike** - toto je totiž jediný reálny a hmatateľný výsledok spomínanej reformy *pre matematiku* – tak toto opatrenie je možné považovať za skutočne **nevysvetliteľný paradox**.

Tým nechceme povedať, že reforma z roku 2008 nepriniesla ako celok aj pozitíva, avšak naplnenie reformy malo pre vyučovací predmet **matematika, na rozvoj matematického myslenia našich žiakov na základných a stredných školách,**[†] **zničujúci vplyv**. Koniec – koncov potvrdili to výsledky testovania **OECD PISA v matematike v roku 2012**, ktoré napriek tomu, že učitelia a ich žiaci už boli na špecifiká tohto testovania aspoň z časti pripravení, *dopadli v tomto testovaní ešte horšie ako v predchádzajúcich testovaniach*‡. V roku 2012 sa Slovensko v matematike prvýkrát od roku 2003 výraznejšie prepadlo pod priemer krajín OECD. Vo všetkých oblastiach sa Slovensko oproti poslednému testovaniu zhoršilo najviac z krajín V4 (pozri <https://www.minedu.sk/data/att/6077.pdf>). *Toto si určite začal uvedomovať aj bývalý minister* Ministerstva školstva, vedy, výskumu a športu SR (MŠVVaŠ) **D. Čaplovič** (od marca 2012 do júla 2014), ktorý napriek tomu, že je svojou profesiou humanitne zameraný, začal na konci svojho pôsobenia na MŠVVaŠ SR otvorene hovoriť o potrebe zvýšenia počtu hodín matematiky, informatiky a prírodovedných predmetov na základnej a strednej škole, dokonca uvažoval (bohužiaľ iba vo verbálnej rovine) o opätovnom zavedení **povinnej maturity z matematiky** na gymnáziách.[§] Na tieto pozitívne a ústretové správy zareagovala aj stavovská organizácia slovenských matematikov a učiteľov matematiky **Slovenská matematická spoločnosť Jednoty slovenských matematikov a fyzikov (SMS JSMF)**, ktorá prostredníctvom svojho výboru podporila túto snahu MŠVVaŠ SR, pričom navrhla realizáciu maturitnej skúšky z matematiky v dvoch úrovniach. Súčasne Výbor SMS JSMF dal na diskusiu a následne v máji 2014 ministromi školstva odporučil, aby sa v štátnom vzdelávacom programe zvýšil počet povinných hodín matematiky na ZŠ a SŠ na hodnoty uvedené v Tab. 2.

Myslíme si, že argumentácia pre nevyhnutnosť zmeny obsahu vzdelávania v matematike v jednotlivých stupňoch ISCED, ktorú Výbor SMS JSMF pri kalkulácii počtu povinných hodín matematiky využil, je dostatočne presvedčivá a určite by sa mala akceptovať. Treba však priznať, že z formálneho hľadiska, z hľadiska povinných hodín matematiky, ide temer o návrat k stavu pred rokom 2008. Bohužiaľ, po odvolaní **D. Čaploviča** z ministerského postu sa o tomto návrhu úplne prestalo hovoriť, ako keby vôbec neexistoval. Nový minister MŠVVaŠ SR **P. Pellegrini** (od júla 2014 do novembra 2014) a ani jeho nasledovník **J. Draxler** (od novembra 2014 do marca 2016) sa s touto iniciatívou nestotožnili a celý proces zastavili, resp. prestali sa

* **OECD** z angl. *Organisation for Economic Co-operation and Development*, **PISA** z angl. *Programme for International Student Assessment*.

† Pod *strednou školou* budeme rozumieť hlavne *gymnázium*, príslušné závery však v primeranej miere platia aj pre *stredné odborné školy*.

‡ *Je možné namietať, že z jedného prípadu robiť takéto závery nie je korektné. S tým sa iste dá súhlasiť. Ak však chceme byť naozaj korektní a prihliadneme aj na ďalšie aspekty vzniknutej situácie vo vzdelávaní v matematike, tak je zjavné, že neexistuje žiadny relevantný dôvod pre to, aby sa výsledky v testovaní OECD PISA trvalo zlepšili. Totiž redukcia alebo aj neuvážený presun učiva z matematiky z jedného ročníka do ročníka vyššieho, resp. do vyššieho stupňa vzdelávania, rozladil na niekoľko rokov systém školskej matematiky. Ilustrovať to možno na prípade Pytagorovej vety, ktorej výklad sa posunul do 9. ročníka, pričom výpočet objemov a povrchov telies zostal na „starom“ mieste. Ak však učitelia chceli žiakom zadať štandardné úlohy pre určenie objemov či povrchov telies, ktoré sa bežne riešili pred reformou, s hrôzou zistili, že väčšina netriviálnych úloh predpokladá znalosť Pytagorovej vety. Samozrejme, vzhľadom na to, že išlo iba o presun učiva, je táto komplikácia pomerne ľahko odstrániteľná. Avšak v prípade, že sa príslušný tematicky celok úplne vynechal z obsahu matematiky, tak situácia sa stáva oveľa zložitejšou.*

§ Poznamenajme, že *povinná maturita z matematiky* nie je nejaký „socialistický výmysel“, ale dlhodobo sa úspešne uplatňuje vo viacerých vyspelých západných krajinách, napríklad vo *Francúzsku*.

tomuto problému venovať. Možno na niektoré veci (napríklad opätovné zavedenie povinnej maturity z matematiky na gymnáziu) naozaj ešte nedozrel čas* a pravdepodobne spoločnosť

Stupeň vzdelávania	Počty povinných hodín z matematiky (návrh SMS z roku 2014)
Základná škola, 1. - 4. ročník (ISCED 1)	16
Základná škola, 5. - 9. ročník (ISCED 2)	22
Gymnázium (ISCED 3A)	15
Základná škola a gymnázium spolu	53

Tabuľka 2. Návrh SMS JSMF pre počty povinných hodín v rámcových učebných plánoch pre predmet matematika

v SR musí najprv tvrdšie pocítiť to, že bez dobrých prírodovedcov (fyzikov, chemikov a pod.), technikov, ekonómov, informatikov a matematikov je skutočne ohrozená budúcnosť a prosperita spoločnosti na Slovensku. Zostáva iba dúfať, že nový, v **poradí už 18. minister** MŠVVaŠ SR od roka 1989, *P. Plavčan* (od marca 2016), ktorý sľubuje jednu z najväčších reforiem školstva a vzdelávania (?), sa aspoň pokúsi zmeniť túto nepriaznivú situáciu. V tomto želaní je skrytý **další paradox**: matematici a učitelia matematiky žiadajú reformu, ktorá by vyučovanie matematiky na základných a stredných školách vrátila (aspoň z pohľadu počtu povinných hodín v učebných plánoch z matematiky na základnej škole a na gymnáziách) do čias pred reformou 2008 a v súvislosti s maturitou z matematiky gymnáziách dokonca až do čias ministra *M. Ftáčnika* (od októbra 1998 do apríla 2002). Toto naozaj vyzerá na **dokonalé spiatočnictvo**.

2 Niektoré mýty spojené so vzdelávaním v matematike a Euklides z Alexandrie

Doterajší vývoj naznačuje, že proces demokratizácie školstva a vzdelávania v SR po roku 1989 je z hľadiska vyučovacieho predmetu matematika bezprostredne spájaný (a nie vždy celkom oprávnené) s tzv. *humanistickým vzdelávaním*, resp. s *humanizáciou vzdelávania v matematike*[†]. V tejto súvislosti je vhodné poznamenať, že tendencie k humanistickému matematickému vzdelávaniu nie sú iba česko-slovenským špecifikom, pretože humanistickému matematickému vzdelávaniu je venovaná veľká pozornosť aj v ďalších krajinách a tento termín v odborných kruhoch má pomerne presný obsah. V našich podmienkach sa však toto slovné spojenie (*humanizácia - matematika - vyučovanie*) stalo, aj keď určite nie jediným, zdrojom zaujímavých **mýtov**, ktoré sú časťou laickej verejnosti.

Pre slovo „**mýtus**“ existuje rad slovníkových definícií, ale pre náš účel najlepšie vyhovuje vymedzenie uvedené v *American Heritage Dictionary* (2000): *Mýtus je "populárne (ale nepravdivé) presvedčenie alebo príbeh, ktorý je spojený s osobou, inštitúciou alebo výskytom" alebo „fikcia alebo polovičná pravda, najmä taká, ktorá je súčasťou ideológie“*.

Väčšina mýtov, ktoré uvedieme, sú bežne zastávané názory, ktoré sú v ostrom rozpore s pedagogickými výskumami. V našom prípade spravidla pôjde o polopravdy či prehnané

* Mimochodom, ak by sa exministromi Čaplovičovi podarilo zaviesť povinnú maturitu z matematiky, vznikla by zaujímavá situácia: minister – *historik D. Čaplovič*, teda človek humanitne zameraný a ktorý sa priznal, že matematika mu veľmi „nešla“, by opätovne zaviedol povinnú maturitu z matematiky na gymnáziu, ktorú zrušil minister – *informatik a matematik M. Ftáčnik*, ktorý má výborné matematické vzdelanie a teda aj veľmi blízky vzťah k matematike.

† Treba priznať, že časť verejnosti laickej, ale i odbornej verejnosti vníma slovné spojenie „*humanistické vzdelávanie v matematike*“ ako *oxymoron*, (t. j. slovnú ozdobu toho istého druhu ako je spojenie „živá mŕtvola“ či „polnočný denník“).

alebo skreslené tvrdenia, ktoré obsahujú zrnko pravdy. Väčšina mýtov pôsobí často veľmi podmanivo a vierohodne a sú preto o to nebezpečnejšie.

Ako už poznamenal pedagóg špecializujúci sa na vedu *D. Hammer (1996)*, *vedecké mýty* majú štyri hlavné vlastnosti:

- (1) *sú to stabilné a často neotrasiteľné presvedčenia o svete,*
- (2) *sú v rozpore s presvedčivými dôkazmi,*
- (3) *ovplyvňujú, ako ľudia rozumejú svetu,*
- (4) *aby sme dosiahli presných znalosti, je potrebné ich opravovať.*

Uvedme niekoľko najfrekvencovanejších mýtov o vyučovaní a učení v matematike s ktorými sa stretávame v súčasnej škole, avšak ich výskyt je oveľa starší, čo napokon len potvrdzuje prvú vlastnosť mýtov, t.j. ich trvácnosť a neotrasiteľnosť.

Mýtus 1.: *Na základnej a strednej škole by sa mala učiť len taká matematika, ktorú budú žiaci bezprostredne potrebovať v každodennom bežnom živote, najlepšie v každodennej praxi. Všetko to, čo túto požiadavku nespĺňa, resp. prekračuje (rozličné fiktívne myšlienkové úvahy a konštrukcie, ktoré nemajú so skutočným životom nič spoločné) je potrebné z osnov a obsahu školskej matematiky definitívne vylúčiť.*

Mýtus 2.: *Matematiku je možné naučiť sa bez námahy, radostne a hravo. Žiak či študent pri učení sa matematike nepotrebuje vyvíjať temer žiadne úsilie pre zapamätanie faktov teórie (vzorce či tzv. poučky). Nie je potrebné, aby si žiak pamätal nejaké postupy, metódy, či súvislosti medzi nimi.*

Mýtus 3.: *Ak sa nedarí mýty 2 a 3 uskutočňovať, sú za to zodpovední zle vyškolení učitelia matematiky, resp. zlyháva škola ako celok.*

Mýtus 1 sa v zaujímavej skratkovitej podobe objavuje v podaní *žiackeho stavu* a to nezávisle od *plynúceho času*, resp. od *geografického miesta*, pri „preberaní“ matematického učiva, ktorého náročnosť či zložitosť presiahne istú hranicu. Táto hranica spravidla prirodzene závisí od vyspelosti a kvality konkrétneho žiackeho osadenstva. Prítomnosť tohto mýtu je ľahko identifikovateľná, keďže je sprevádzaná legendárnou *žiackou rečnickou* otázkou: **Na čo mi to bude?** Zdôraznenie faktu, že ide o skutočne *rečnickú otázku*, je dosť dôležitý. Väčšina žiakov totiž nie je vôbec zvedavá na dôvody, prečo by si mali osvojiť akýsi súbor vzájomne zložitejšie prepojených faktov. Situácia sa pre žiaka stane úplne „jasnou“, ak pri zdôvodňovaní potreby príslušného poznatku pre daného žiaka (či skupinu žiakov) samotného učiteľa matematiky nenapadne lepšia odpoveď, len to, že „žiakovi pomôže pochopiť ešte komplikovanejší súbor zložitejších faktov (teórií) či procedúr“. Takéto niečo samozrejme žiaka presvedčiť nemôže. Jednoducho žiak je skalopevne presvedčený, že on takú zložitosť nepotrebuje poznať, nikdy ju

potrebovať nebude, a že on sa s takým niečím v živote určite ani nestretne. Pravdou je, že ak žiak myslí len na konkrétne situácie každodenného života, tak s ním treba často súhlasiť. Veď je skutočne veľmi ojedinelé, ak nie nemožné, aby žiak v bežnom živote nevyhnutne naozaj potreboval nájsť napríklad korene nejakej kvadratickej rovnice. Ak sa zamyslíme, nad tým, čo vlastne potrebujeme vedieť z matematiky v prostredí našich domácností a bežnej komunikácii medzi ľuďmi, tak naozaj toho veľa nepotrebujeme. Vystačíme so znalosťami obmedzenými na *elementárne aritmetické operácie* (sčítanie, odčítanie, násobenie a delenie čísel) a na jednoduché geometrické konštrukcie. Navyše v dnešnej dobe, dobe kalkulačiek, smartfónov netreba vedieť ani malú násobilku, ako nám niektorí žiaci dokazujú. Ak sa žiak stretne s problémom, riešenie ktorého si vyžaduje čosi viac, tak to vraj tiež nie je veľký problém, veď máme internet a tam nájdeme všetko (!?). Akceptovaním tohto mýtu je problematické zdôvodniť, prečo by sa mala učiť matematika aj na druhom stupni základnej školy či na strednej škole, prečo by sa mal mladý človek v rámci svojej povinnej školskej dochádzky naučiť logicky myslieť a exaktne zdôvodňovať svoje myšlienkové závery, prečo by mal žiak získať poznatky a spôsobilosti pre riešenie zložitejších situácií a problémov, ktoré presahujú problémy každodenného zhonu našich domácností, či manuálne zručnosti a návyky potrebné pre opatrovateľské služby pre rakúskych či nemeckých dôchodcov, či pri práci na montážnych linkách našich fabriek. V týchto prípadoch sú oveľa dôležitejšie manuálne zručnosti a znalosti cudzích jazykov).*

Jednoducho povedané, pri výučbe matematiky sa určite nemôžeme obmedziť iba na súbor elementárnych faktov a postupov. Totiž, okrem rozvoja elementárneho logického myslenia žiaka základnej školy, je potrebné preriešením príslušného spektra precvičovacích úloh upevňovať získané poznatky v hlavách žiakov a toto nie možné bez zapamätania si kľúčových faktov (napr. aj vzorcov) a základných metód, postupov či procedúr. K tomu, aby žiaci zažili pocit úspechu aj v tejto práci **je potrebné** príslušnú *netriviálnu činnosť veľakrát opakovať a zažiť niekedy aj veľa nezdarov* (rovnako, ako keď sme sa učili bicyklovať či plávať – ak by sme sa vzdali po piatich či desiatich nezdarených pokusoch, tak asi málo z nás by sa naučilo týmito činnosťami). Skutočnosť, že učenie sa matematike má pre žiakov zmysel, dokazuje učiteľ spravidla prostredníctvom aplikácií (najlepšie v situáciách z bežného života, ale aj aplikáciách pokročilejšieho charakteru, ktoré často súvisia s predmetmi a užitočnými nástrojmi dnešného života - tabletmi, počítačmi a mobilmi) a samozrejme aj tým, že demonštruje pred svojimi žiakmi ozajstnú hĺbku, neobyčajnú krásu, eleganciu, vnútornú konzistentnosť a jednoduchosť matematiky (primerane pre tú úroveň matematiky, ktorú vyučuje vo svojej triede). K tomu však iba elementárne poznatky z matematiky nestačia. Ako je konštatované v práci (Bečvář, 2010), je potrebné ukazovať jednak bezprostrednú použiteľnosť matematiky a tiež jej

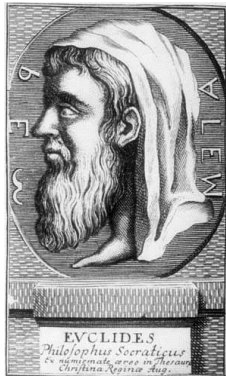
* Prírodné situácie sa môže zdanlivo zmeniť, ak sa žiak rozhodne úspešne skončiť strednú školu a hodlá v blízkej budúcnosti vyštudovať vysokú školu technického či prírodovedného zamerania. To je však niektorými žiakmi a študentmi často chápané iba ako účelová vec, ktorej sa musia prispôbiť, pokiaľ chcú v živote niečo dosiahnuť.

užitočnosť pre rozvoj myslenia a celkové pochopenie sveta, ktorý nás obklopuje. K väčšej obľube matematiky, a to na všetkých typoch a stupňoch škôl, môže viesť len hlbšie porozumenie podstaty matematických úvah a postupov, a dobré zvládnutie určitého objemu matematických poznatkov a zručností. Na všetkých úrovniach potrebujeme ukazovať poznatky, postupy a zákonitosti, ktoré už nie sú elementárne. Či už ide o vzťah trojčlenky a priamej a nepriamej úmernosti, o geometrickú interpretáciu vzorcov pre druhú a tretiu mocninu súčtu, resp. rozdielu dvoch veličín, o doplnenie kvadratického trojčlena na úplný štvorec, o dôkaz Pytagorovej vety, atď. Takýchto príkladov, ktorými môžeme motivovať svojich žiakov a študentov je možné samozrejme uviesť oveľa viac. Inak povedané: pre zdravé myslenie je nevyhnutná znalosť aj nemalého množstva poznatkov, ktorých úroveň presahuje elementárnu úroveň (tá je samozrejme rôzna, v závislosti od stupňa a typu navštevovanej školy), rovnako ako pre zdravú fyzickú existenciu je nevyhnutná znalosť základných hygienických návykov a zručností (tie tiež istým spôsobom závisia od veku a aj od pohlavia jedinca). K mýtu 1 sa ešte vrátíme v jednej poznámke.

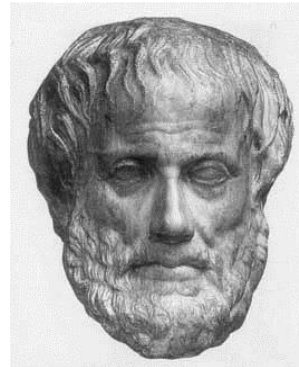
Mýtus 2 silne pripomína hľadanie „kráľovskej cesty k matematike“, ktorej existenciu odmietli prostredníctvom legendárneho výroku **Euklida z Alexandrie** už antickí, resp. stredovekí učitelia. Poznamenajme, že *Euklides z Alexandrie* žil približne v rokoch 325 až 265 pred Kr. v egyptskej Alexandrii za vlády *Ptolemaia I. Sotéra* (Sotér, slov. Spasiteľ).* Grécky filozof *Proklos* (412 - 487) uvádza legendu, podľa ktorej *Ptolemaios I.* položil *Euklidovi* otázku, „či neexistuje kratšia cesta k porozumeniu geometrie, ktorú vyložil *Euklides* vo svojich *Základoch*“. *Euklides* vraj na to stroho odpovedal, že „*Ku geometrii nevedie kráľovská cesta*“, čím mienil to, že k vedeniu, k vede a k matematike zvlášť, nevedie žiadna zvlášť uhladená a ľahká cesta. Čo sa týka aj v súčasnosti rozšíreného a frekventovaného (bohužiaľ i škodlivého) mýtu o tom, že procesy vzdelávania a učenia sa môžu byť pre vzdelávaný subjekt úplne oslobodené od ťažkostí, námahy a odriekania učiaceho sa, teda že táto činnosť sa môže stať bezvýhradne hrou prinášajúca iba *radosť, ľahkosť a bezstarosť*, spojenú iba s pozitívnymi emóciami, vyvracia v staroveku svojim výrokom tiež najväčší filozof Staroveku **Aristoteles zo Stageiry** (384 - 322 pred Kr.): „*Z vyučovania sa nemá robiť hra, lebo učenie nie je pre deti hra. Je spojené s námahou a nutnosťou.*“ O dôležitosti usilovnosti učiaceho sa a nevyhnutnosti vyvíjať zmysluplný a netriviálny výkon aj v súčasnej škole sa výstižne vyjadril aj český publicista *V. Jamek* v práci *O patřičnosti v jazyce* (1998): „*Škola není místo, kde by dítě mělo získat co nejvíce vědomostí a přitom se pokud možno vůbec nenamáhat. Koncept škola hrou spíše žádá, aby škola využívala spontánní objevovací schopnosti dítěte a tak je k námaze motivovala, ne však, aby je veškeré námahy ušetřila. Škola bez námahy a pile není žádoucí: především ve škole*

* Vládca *Ptolemaios I. Sotér* (367 - 283 pred Kr.) bol pôvodne generálom *Alexandra Veľkého*, ktorý sa po jeho smrti stal vládcom Egypta a zakladateľom *Ptolemaiovskej dynastie*, ktorá vládla v Egypte v rokoch 323 až 30 pred Kr. Poslednou vládkyňou z tejto dynastie bola slávna *Kleopatra* (69 - 30 pred Kr.).

si dítě může vštípit základní kulturu úsilí, která je v naší civilizaci potřebná. Požadovat výkon – a to výkon smysluplný – je jednou ze základních funkcí školy.“ Je pritom zřejmé, že v matematike, vzhľadom na jej nároky na presnosť, rigoróznosť vo vyjadrovaní a v myslení, sa



Euklides z Alexandrie (325 - 265 pred Kr.)



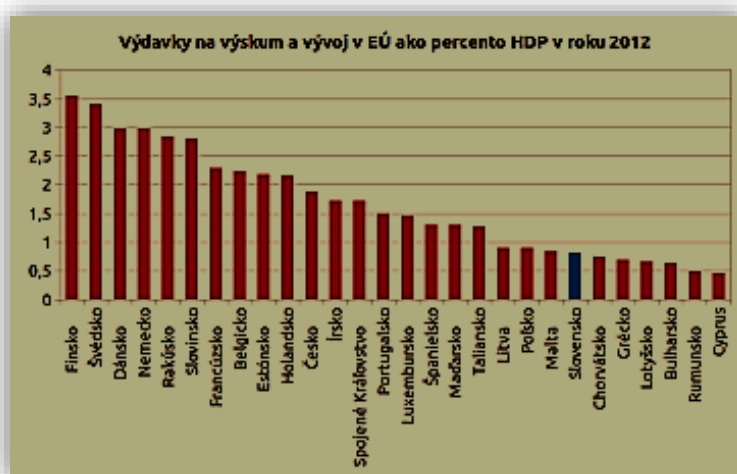
Aristoteles zo Stageiry (384 - 322 pred Kr.)

Obrázok 1: (zdroj: <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/>)

tieto rysy vzdelávania prejavujú najvypuklejšie. Toto prirodzene neznamená, že o hľadanie „kráľovskej“ cesty k matematike sa nemáme vôbec snažiť. Koniec - koncov je to aj jedna zo základných úloh didaktiky matematiky. Treba však mať stále na pamäti, že **matematika je pre väčšinu žiakov a študentov „ťažká“ a bez ohľadu na snaženie ich učiteľov matematiky, ťažkou i zostane.**

Pre objektivnosť je treba uviesť aj **druhú legendu**, ktorá je spojená s menom **Euklida z Alexandrie**. I keď z časti súvisí s prvým mýtom, avšak postihuje iný aspekt otázky „Načo mi to bude?“. Táto historka totiž zaznamenáva **Euklidovu** odpoveď žiakovi, ktorý sa ho spýtal: „Aký budem mať úžitok z toho, ak sa naučím tieto teorémy?“ Vtedy Euklides zavolať na svojho otroka a rozkázal mu: „Daj mu obolos (vtedajšia drobná minca), lebo tento človek chce (musí) zarábať na všetkom, čo sa naučí.“ V časoch socializmu táto historka slúžila (čo sa z času načas objavovalo aj niektorých v prácach vykladačov marxistickej filozofie) ako dôkaz toho, že **Euklides** pohrdal aplikáciami matematiky a považoval ich za čosi nečisté, nehodné povšimnutia. **Avšak Euklides mal aj v tejto históre veľký kus pravdy.** V prvom rade je vhodné si uvedomiť, že matematika má špecifické postavenie medzi vedami a určite nie je prírodnou vedou (aj keď ju často, z istých historických či zvykových dôvodov, priradujeme k prírodným vedám) a nie je ani vedou aplikovanou. Z tohto dôvodu je potrebné vystríhať pred prílišným zdôrazňovaním **užitočnosti matematiky** pri riešení praktických úloh, najmä v prípade, ak je tento pohľad iba **ekonomického charakteru**. Totiž z tohto pohľadu nedostatočne informovaní jedinci (nechceme použiť označenie nevzdelaní) vyvodzujú, že zložité abstraktné matematické konštrukcie a zdôvodnené závery, ktoré v danej chvíli nemajú priamu aplikáciu v praxi, si nezasluhujú pozornosť a ani finančnú podporu. Ako trefne konštatoval významný český

chemik R. Záhradník* „pre ľudí so skromnou intelektuálnou výbavou je toto východiskovým bodom útokov na základný výskum, základné „bádateľstvo“, na „čistú“ vedu“ (Záhradník, 2010). Je nám ľúto, niektoré zámery MŠVVaŠ SR z októbra 2014 nám túto situáciu pripomenuli. Vtedy MŠVVaŠ SR chcelo zefektívňovaním a optimalizáciou transformovať vtedajšiu štruktúru SAV SR (spájaním ústavov a vytváraním väčších vedeckých centier) a hodlalo znížiť rozpočet SAV na rok 2015 temer o 17 %. Jednotlivé pracoviská SAV (vrátane ústavov rozvíjajúcich základný výskum) mali dokázať svoju životaschopnosť a právo na svoju existenciu tým, že ukážu, že sú schopné na seba zarobiť. Očakávalo sa vyššie zapojenie ústavov do medzinárodných projektov, zintenzívnenie spolupráce s podnikateľskou sférou a zvýšenie podielu súkromného sektoru na financovaní vedy. Tieto požiadavky sú akceptovateľné pri aplikovanom výskume, avšak pri základnom výskume, vrátane *základného výskumu v matematike* už narážame na celkom vážny problém. V tomto kontexte nám možno *druhá legenda o Euklidovi* už nebude pripadať až taká nezmyselná. My samozrejme nechceme upierať právo MŠVVaŠ SR reformovať takú veľkú inštitúciu akou je SAV SR, ale nemožno nebrať do úvahy aj argumenty druhej strany, teda



Obrázok 2: (zdroj: <http://www.vedachcezit.sk/docs/poziadavky.pdf>)

pracovníkov SAV. Tým skôr, že situácia s financovaním vedy v SR silne vplýva aj na situáciu v našom vysokom školstve. Totiž podľa *Eurostatu*[†] je financovanie vedy na Slovensku veľmi nízke. Podiel výdavkov na vedu tvorí v SR siedmy najnižší podiel na HDP v rámci EÚ (za SR sa umiestnili zadlžené Grécko a Cyprus, krajiny ešte chudobnejšie ako SR: Rumunsko, Bulharsko, Lotyšsko a Chorvátsko, pozri Diagram 2). Tento faktor spolu s významným poddimenzovaním financovania vysokých škôl silne vplýva aj na kvalitu vysokých škôl, čo vplýva aj na rozhodovanie stredoškolákov o tom, či si majú vybrať našu vysokú alebo zahraničnú vysokú školu. Preto sa nemožno čudovať, že podľa *Eurostatu* máme z krajín OECD tretí najvyšší podiel

* Rudolf Záhradník sa narodil v roku 1928 v Bratislave. V rokoch 1993-2001 bol predsedom *Akademie věd ČR*. Je významným fyzikálnym chemikom.

† Štatistický úrad Európskeho spoločenstva

študentov študujúcich v zahraničí. Na jednej strane je toto možné považovať za pozitívny krok. Ak si však uvedomíme, že sú to spravidla najlepší študenti – ich odchod znižuje vedomostnú úroveň zvyšnej populácie študentov. Vzhľadom na to, že po skončení štúdia spravidla zostávajú žiť a pracovať v týchto krajinách, tak až taký veľký dôvod na radosť nie je. Väčšina z týchto študentov študuje v susedných krajinách (najmä v Česku, kde v roku 2013 študovalo 6,4 % slovenských študentov – pred 10 rokmi to bolo iba 3,5 %), ktoré nás v investovaní do vedy a výskumu predbiehajú*. Na záver tohto odseku si dovoľíme uviesť *vyjadrenie* českého matematika svetového významu *Jaroslava Kurzweila* z Matematického ústavu AV ČR, ktoré protestujúci členovia SAV použili ako motto pre svoju iniciatívu Veda chce žiť!: „*Vyspelé štáty investujú do vedy, pretože chcú zostať vyspelé. Tie štáty, ktoré do vedy neinvestujú, sa samy odsudzujú k zaostalosti.*“

3 Kde siahajú korene pedagogických výskumných experimentov?

Do oblasti „mytológie“ patrí aj historika, ktorá sa udiala pred viac ako desiatimi rokmi, v pedagogickom prostredí Katedry matematiky na UKF v Nitre a keďže má prepojenie na matematické vzdelávanie, výskum s ním spojeným a na históriu, bližšie ju popíšeme. Pri obhajobe kvalifikačnej práce z teórie vyučovania matematiky na katedre, ktorú obhajovala naša absolventka, vznikol nasledovný problém. Oponentka kvalifikačnej práce z UKF v Bratislave vo svojom posudku uviedla, že práca absolventky nie je pôvodná, pretože vo významnej časti kopíruje pedagogický experiment, ktorý ona uviedla vo svojej kvalifikačnej práci. V samotnej diskusii k obhajobe práce vysvitlo, že jednou príčinou kritizovanej zhody bol postup použitý pri pedagogickom experimente: *Aby sa dal porovnať relatívny efekt experimentálneho pôsobenia absolventka vytvorila dve približne rovnocenné skupiny žiakov: experimentálnu a kontrolnú skupinu. Pričom, každá zo skupín bola vzdelávaná (v danom tematickom celku) z matematiky iným spôsobom – experimentálna skupina bola podrobená novému spôsobu vzdelávania a kontrolná skupina žiakov bola vzdelávaná tradičným spôsobom, prirodzene za rovnakých časových a aj ďalších podmienok. Následne boli získané matematické znalosti preverované v oboch skupinách spoločným testom, ktorý sa vyhodnotil štandardnými štatistickými metódami†. Absolventka a aj ostatní členovia komisie zostali touto výhradou dosť zaskočení. V rámci diskusie k tomuto problému niektorí členovia (vrátane autora článku) sa snažili oponentku presvedčiť, že ani v našich postsocialistických podmienkach táto schéma pedagogického experimentu rozhodne nie je nová a je dokonca popísaná aj v niekoľkých učebniciach pedagogiky, pochádzajúcich ešte z éry socializmu (napr. od prof. J. Skalkovej (1924 -2009)). Treba povedať, že nakoniec všetko dobre dopadlo a kvalifikačná práca bola úspešne obhájená. Táto, pre niekoho možno bizarná diskusia, však nakoniec nebola celkom zbytočná. Jednak poodhalila medzery v znalostiach (resp. trvácnosti týchto znalostí) oponentky a i niektorých členov komisie zo základov pedagogiky a jednak sa stala prirodzeným zdrojom pre otázku: **Kde je možné nájsť prvú písomnú zmienku o metóde klinického, resp. pedagogického experimentu?** Rozuzlenie celého príbehu bolo pre nás dosť prekvapujúce. Podstatu tejto kľúčovej výskumnej metódy*

* Česko je pre našich študentov zaujímavé samozrejme aj tým, že naše krajiny sú si veľmi blízke v kultúrnej oblasti a absentuje jazyková bariéra.

† Išlo jednoducho o štandardný postup, ktorý sa už v minulosti bežne používal a používa i dnes pri klinických experimentoch v zdravotníctve, vo výskume v poľnohospodárstve a v súčasnosti je štandardom aj pri pedagogických experimentoch.

totiž popisuje už **Starý zákon**, ktorý okrem toho, že ho židovské i kresťanské náboženstvo pokladajú za sväté, je i cenným kultúrno-historickým dokumentom ľudstva. Konkrétne ide o časť *Knihy proroka Daniela* (*Daniel 1.: 1-21*. In *Sväté písmo Starého a Nového zákona, Spolok Sv. Vojtecha, Trnava, 2000*):

„*Hl. 1 Daniel na kráľovskom dvore*

V treťom roku panovania júdskeho kráľa Joakima prišiel babylonský kráľ Nabuchodonozor k Jeruzalemu a obliehal ho. Pán mu vydal do ruky júdskeho kráľa Joakima. ... Vtedy povedal kráľ Asfenezovi, svojmu veliteľovi eunuchov, aby zo synov Izraela, z kráľovského potomstva a spomedzi vznešených, priviedol mladíkov, na ktorých niet nijakej chyby, pekného zovňajšku, vnímavých pre každú múdrosť, vystrojených znalosťami a chápaných na vedomosti, ktorí by boli schopní stáť v kráľovskom paláci; aby ich naučil chaldejskému písmu a reči. Kráľ im na každý deň prideli z kráľovského pokrmu a z vína, ktoré jemu slúžilo za nápoj, aby ich tri roky vychovávali a po ich uplynutí mali stáť pred kráľovou tvárou. Spomedzi Júdovych synov boli medzi nimi Daniel, Ananiáš, Mízael a Azariáš. ... Daniel si však zaumienil, že sa nepoškvrní kráľovým pokrmom ani vinom, ktoré popíjal; prosil teda veliteľa eunuchov, aby sa nemusel poškvrniť. A Boh spôsobil, že Daniel našiel milosť a priazeň u veliteľa eunuchov. Ale veliteľ povedal Danielovi: „Bojím sa, že môj pán, kráľ, ktorý vám vydal váš pokrm a nápoj, uvidí, že ste v tvári chudší, ako iní chlapi, vaši vrstovníci, a uvalí mi pred kráľom vinu na hlavu.“ Vtedy Daniel

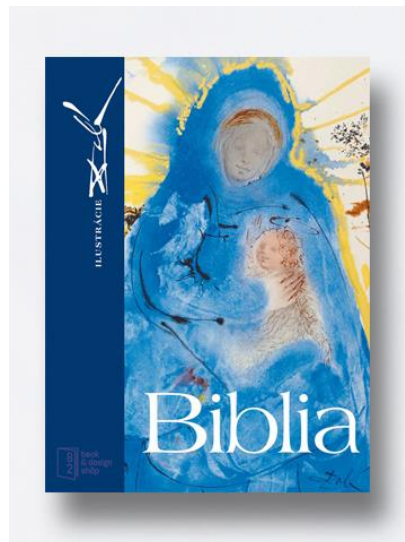
povedal Malasarovi, ktorého veliteľ eunuchov postavil nad Daniela, Ananiáša, Mízaela a Azariáša: „Skús to so svojimi sluhami desať dní. Nech nám dajú na jedlo lúšteniny a na pitie vodu; nech sa potom ukážu pred tebou naše tváre a tváre chlapcov, ktoríedia z kráľovského pokrmu, a potom nalož so svojimi sluhami, ako sa im bude vidieť.“ Privoľil im teda v tejto veci a skúšal ich desať dní. Po desiatich dňoch sa ukázalo, že ich tváre sú krajšie a telá tučnejšie ako všetkých chlapcov, ktorí jedli z kráľovského pokrmu. Malasar im teda odňal pokrm a vína, ktoré mali piť, a dával im lúšteniny. Týmto štyrom mladíkom dal však Boh znalosť a pochop v každom písme a múdrosť. Daniel zas porozumel každé videnie a sen. Po uplynutí dní, ktoré do ich predstavenia určil kráľ, predviedol ich veliteľ eunuchov pred Nabuchodonozora. Kráľ sa s nimi rozprával a medzi všetkými nenašiel takých ako Daniel, Ananiáš, Mízael a Azariáš. Obsluhovali teda kráľa. A vo všetkých veciach (kde bolo treba) múdreho dôvtipu, na ktoré sa ich kráľ vypytoval, zistil, že sú desať ráz vyššie než všetci čarodeji a veštcí, ktorí boli v celom jeho kráľovstve. Daniel sa dožil až do prvého roku kráľa Kýra.“*

Citát zo *Starého zákona* obsahuje temer celú 1. hlavu *Knihy proroka Daniela* (celkom má 6 hláv), vrátane aj jej posledných viet, a to i napriek tomu, že zisťovanie *dôvtipu a overovanie intelektuálnych schopností* spomínaných štyroch mladíkov nebolo cieľom *10 dňového experimentu*. Je totiž možno lákavé rozšíriť *hypotézu experimentu* aj o pozitívny vplyv *vegetariánskej stravy* na intelektuálny rozvoj jedinca. Z textu je však zrejmé, že táto časť už kľúčové prvky vedeckého experimentu *nemá* a to dokonca ani v prípade, že by sa ignorovalo Danielovo svedectvo o božom zásahu do intelektuálneho rozvoja mladíkov.

O tom, že ide *pravdepodobne o najstaršiu písomnú zmienku o tejto metóde* nás azda presvedčí niekoľko faktov a časových údajov. *Nabuchonozor†* (správnejšie *Nebukadnesar II.*)

* Vety prekladu, ktoré sa bezprostredne dotýkali nášho problému sme zvýraznili *tučným písmom*. Poznamenajme, že slovo „*lúštenina*“, ktoré vystupuje v tomto slovenskom preklade, je v českých aj v anglických prekladoch nahradené slovom so širším obsahom „*zelenina*“, ktoré podľa nášho názoru lepšie vyjadruje charakter stravovania mladíkov.

† *Nabuchonozor* bol najväčším panovníkom babylonskej ríše a pravdepodobne celého Východu. *Biblia* ho hodnotí (azda okrem 1. kapitoly *knihy Daniela*) pomerne negatívne, pretože dvakrát dobyl *Jeruzalem* a tisíce obyvateľov *Jeruzalema* bolo odvedených do Babylonu (známe ako *babylonské zajatie*). Po druhom dobytí *Jeruzalema* (587 pred Kr.) zničil jeho hradby a aj slávny *Šalamúnov chrám*. Na druhej strane, pripisuje sa mu stavba jedného zo *Siedmich divov sveta: Semiramidine visuté záhrady*.



Obrázok 3: Biblia s ilustráciami Dalího (Vydavateľstvo Ikar 2012, 688 s.)

bol skutočná historická postava: v rokoch 605 – kráľom *Novobabylonskej ríše*. Samotný *Starý zákon* vznikol v priebehu 1. tisícročia pred Kr. Podľa historikov, ktorí sú žiaľ v datovaní vzniku jednotlivých kníh dosť nejednotní, bola *Kniha proroka Daniela* napísaná najskôr v **6. storočí pred Kr.** (teda niekedy v období, do ktorého je vsadený príbeh o *Danielovi*) a najneskôr v časoch vládnutia *Makabejcov v Judei* v rokoch **165 - 37 pred. Kr.**

Literatúra

Bálint, V. 2010. Pár slov o reforme školstva. In Bečvář, J. - Bečvářová, M. –Slavík, A. (ed.) Jak připravit učitele matematiky. Sbornik celostátní konference, Praha 2010, MATFYZPRESS, s. 151-157.

Bečvář, J. 2010. Stručně o současném stavu učitelství (nejen matematiky). In Bečvář, J. - Bečvářová M. –Slavík, A. (ed.): Jak připravit učitele matematiky. Sbornik celostátní konference, Praha 2010, MATFYZPRESS, s. 17-28.

Biblia s ilustráciami Dalího. Vydavateľstvo Ikar 2012, 688 s.

Fulier, J. a kol. 2014. Zvyšovanie matematických kompetencií žiakov nižšieho sekundárneho vzdelávania (ISCED 2) - Všeobecné otázky a výsledky pedagogického experimentu. Nitra: UKF Nitra.

Heath, L. 1931. A History of Greek Mathematics 1. Oxford.

Hammer, D. 1996. More than misconceptions: Multiple perspectives on student knowledge and reasoning, and an appropriate role for education research. American Journal of Physics, 64, s. 1316-1325.

Jamek, V. 1998. O patřičnosti v jazyce, Nakl. F. Kafky, Praha.

Kol. 2000. American Heritage Dictionaries. Boston, Houghton-Mifflin.

Kolman, A. 1968. Dějiny matematiky ve starověku. Academia, Praha.

Koršňáková, P. 2004. Ako Slovensko obstálo v hodnotení PISA? CPVP, 2004.

Koršňáková, P. 2007. PISA SK 2006 - Národná správa. Bratislava : ŠPU, 2007.

Koršňáková, P. 2008. PISA - prírodné vedy. Úlohy 2006. ŠPU Bratislava, 2008, 98s.

Lilienfeld, S. O. – Lynn, S. J. – Ruscio, J. – Beyerstein, B. L. 2001. 50 největších mýtů populární psychologie. Opravnik obecně oblíbených omylů o lidském chování. Euromedia Group.

Sväté písmo Starého a Nového zákona, Spolok Sv. Vojtecha, Trnava, 2000

Zahradník, R. 2010. Proč přírodovědec ctí a obdivuje matematiku (a jak obracet nevěrce na víru). In Bečvář, J. - Bečvářová, M. – Slavík, A. (ed.): Jak připravit učitele matematiky. Sborník celostátní konference, Praha 2010, MATFYZPRESS, s. 13-16.

<http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/>

<https://www.minedu.sk/data/att/6077.pdf>

<http://www.vedachcezit.sk/docs/poziadavky.pdf>