

Matematik Galileo Galilei a jeho dielo Discorsi

The mathematician Galileo Galilei and his work Discorsi

Jozef Fulier^a, Štefan Tkačik^b

^a Department of Mathematics, Faculty of Natural Sciences, Constantine the Philosopher University in Nitra, Tr. A. Hlinku 1, SK-949 74 Nitra,

^b Department of Mathematics, Faculty of Education, Catholic University in Ružomberok, Hrabovská cesta 1A, SK-034 01 Ružomberok

Received 6 October 2015; received in revised form 10 October 2015; accepted 13 October 2015

Abstract

This paper is devoted to the mathematical heritage of Galileo Galilei, the recognized Italian Renaissance mathematician, physicist, astronomer and philosopher. The contents of Galileo's work known as Dialogues Concerning Two New Sciences, which was translated into the Slovak language within a project supported by the Cultural and Educational Grant Agency of the Slovak Republic, provide clear evidence that Galileo was not only a physicist, but also a distinguished mathematician among his contemporaries, who left his mark in the history of mathematics. In addition, in this paper we deal with the relation between mathematics and physics with emphasized focus on several other great mathematicians who are generally perceived only as physicists or inventors.

Keywords: Galileo Galilei, mathematics, physics, history of mathematics.

Classification: A30, M50

1 Úvodné poznámky

V tomto článku sa budeme zaoberať matematickým odkazom významného talianskeho matematika, fyzika, astronóma a filozofa obdobia renesancie Galilea Galileiho (1564 – 1642). Dôvod je pomerne prostý. Táto téma istým spôsobom vyplynula z riešenia projektu Kultúrnej a edukačnej grantovej agentúry (KEGA) s názvom „Využitie pôvodných matematických demonštrácií a fyzikálnych pokusov, ktoré použil Galileo Galilei v mechanike a pohybe telies vo vyučovaní na základných a stredných školách“ na PF Katolíckej univerzity v Ružomberku a na FPV Univerzity Konštantína Filozofa v Nitre.

Projekt je zameraný na spracovanie revolučných myšlienok a postupov, ktoré v roku 1638 uverejnil Galileo Galilei vo svojom vrcholnom diele „*Discorsi e dimostrazioni matematiche, intorno à due nuove scienze attenenti alla mecanica & i movimenti locali*“ (Rozhovory a matematické dôkazy o dvoch nových vedách, o mechanike a pohybe telies). V ďalšom budeme často používať iba skrátenejší názov tohto diela **Discorsi**[‡].

Týmto dielom, ktoré bolo uverejnené na sklonku Galileiho života (a to v rodnej taliančine a nie latinčine, ako bývalo zvykom u vedeckých prác), Galilei položil základy novej vednej

*Corresponding author; email: jfulier@ukf.sk

†Corresponding author; email: stefan.tkacik@ku.sk

‡ V anglických prekladoch tohto diela sa spravidla používa názov *Dialogues Concerning Two New Sciences*.

DOI: 10.17846/AMN.2015.1.2.1-14

disciplíny – *mechaniky*. Pre preklad a spracovanie tejto tohto vrcholného diela Galilea Galileiho z taliančiny do slovenského jazyka (doposiaľ totiž nebolo toto dielo preložené do slovenského a ani českého jazyka) nás inšpiroval náš priateľ, český matematik svetového formátu, *prof. Petr Vopěnka**. *Prof. Vopěnka* nám dokonca poskytol jeden z mála exemplárov skutočných originálov† výtlačku Galileovej knihy *Discorsi* (vytlačenej v roku 1638 v holandskom Leidene), ktorý vlastnil. S *prof. Vopěnkou* sme odkonzultovali celý rad problémov, ktoré vznikali pri prekladaní toho diela do slovenčiny, či pri riešení rozličných otázok spojených jednak pri realizácii vedeckých seminárov venovaných životu a dielu Galilea. Pán profesor nám vždy veľmi ochotne pomohol a preto nás veľmi zarmútilo, keď sme sa dozvedeli, že *prof. Vopěnka* na jar roku 2015 zomrel. Je vhodné poznamenať, že na preklade tohto Galileiho diela z taliančiny veľký kus práce odvieďla Dr. Rosangela Libertini, ktorej patrí vďaka i za to, že sa nám podarilo nadviazať aj kontakt s *Accademia della crusca* vo Florencii, kde sa zachovali pôvodné Galileove listy, ktoré sa objasňujú niektoré aspekty tvorby jeho diela *Discorsi*.

2 Matematik Galileo versus fyzik Galileo

Galileo Galilei (1564 – 1642) bol významný taliansky matematik, fyzik, astronóm a filozof obdobia renesancie. Galileo Galilei patrí spolu s Michelangelom, Raffaelom, Napoleonom k malej skupine významných osobností novovekej histórie ľudstva, ktorých zvyčajne oslovujeme temer familiárne - iba ich krstnými menami. Väčšina ľudí si o Galileovi zo školských čias si zväčša pamätá len dve, príp. tri skutočnosti: na Šikmú vežu v jeho rodnej Pise, a na proces, ktorý viedla proti nemu inkvizícia, príp. niektorí z nich si možno ešte spomenú na legendu (ktorá je s veľkou pravdepodobnosťou nepravdivá) spojenú s Galileovým výrokom „*A preda sa točí!*“ (Zem sa otáča okolo svojej osi) - po taliansky *Eppur si muove!*.

Temer všetky populárno – vedecké publikácie, o tomto vedcovi, ba dokonca aj niektoré publikácie vedeckého charakteru, zaraďujú Galilea Galileiho medzi významných fyzikov, resp. astronómov, ale už pomenej ho zaraďujú aj medzi význačných matematikov uvedeného obdobia. O tom, že **Galilei bol aj matematik**, sa často v rozličných publikáciách, najmä encyklopedického charakteru vôbec nedozvieme. Do istej miery ide o veľmi zvláštnu situáciu, pretože v priebehu celého svojho života Galileo Galilei pracoval a dostával plat za prácu *univerzitného profesora matematiky* či *dvorného matematika*. O fakte, že Galileo sa naozaj za matematika považoval, svedčia nielen slová Sagreda (reprezentoval postavu samotného Galileiho v jeho diele *Discorsi*), ale svedčí o tom aj list, ktorý Galilei v roku 1636 napísal svojmu priateľovi *E. Diodatimu*, v ktorom sa Galilei označuje za odborníka v geometrii, inými slovami za *odborníka v matematike*. Toto je dosť dôležité, pretože asi vhodné poznamenať, že vo všeobecnosti prirodzene nestačí, aby sme mohli okamžite zaradiť Galilea Galileiho

* *prof. RNDr. Petr Vopěnka, DrSc.* (1935 - 2015), pôsobil na Matematicko-fyzikálnej fakulte UK v Prahe a neskoršie od roku 2003 na Západočeskej univerzite v Plzni, v rokoch 1990 -1992 bol ministrom školstva ČR. Výsledky svetového významu dosiahol, keď v sedemdesiatich rokoch 20. storočia založil a so svojimi žiakmi rozvinul tzv. *alternatívnu teóriu množín* (alternatívnej voči klasickej *Cantorovej teórii*). Neskoršie sa začal venovať filozofickým a historickým otázkam matematiky. Jeho najznámejším dielom je *Uhelný kámen európskej vzdelanosti a moci*. Veľký kus práce odvieďol pri prekladoch historicky významných textov (*Euklidove Základy, Aritmetický a algebraický traktát Al Chvárizmího*) do českého jazyka, čím ich sprístupnil aj pre slovenského čitateľa.

† Originály tejto knihy sú veľmi drahé. Ide totiž o knižné artefakty staré takmer 400 rokov. Na ilustráciu uvedme, že v posledných desaťročiach boli v renomovaných aukčných sálach vydražené minimálne dva originály Galileiovho diela *Discorsi*: 25 000 GBP (Sotheby's), za 30 550 \$ (Christie's) v roku 2001.

medzi matematikov (presnejšie medzi dôležitých matematikov svojej doby), pretože jeho mimopracovná činnosť, vrátane jeho publikačnej činnosti by mohla byť orientovaná na vedeckú oblasť, ktorá nekorešponduje s jeho povolaním. Takých prípadov história zaznamenala veľmi veľa. Žiarivým príkladom je *Pierre de Fermat* (1601 – 1665), povolaním právnik, ktorý napriek tomu, že sa venoval matematike iba vo svojom voľnom čase, dosiahol v matematike (analytická geometria, teória čísel, teória pravdepodobnosti, matematická analýza) také vynikajúce výsledky, že je právom považovaný za jedného z najväčších matematikov všetkých čias. Ďalším veľkým amatérom v matematike bol aj teológ, filozof, logik Bernard Bolzano (1781 - 1848), ktorý je považovaný za najväčšieho českého (nemecky hovoriaceho) matematika*. Toto však nie je celkom prípad Galilea Galileiho, pretože Galilei sa celý život zaoberal matematikou nielen v spojitosti s prácou profesora matematiky[†], za ktorú dostával plat, ale matematikou sa zaoberal aj vo svojom voľnom čase a temer všetky jeho práce sú buď priamo o matematike, alebo je v nich matematika tvorivým spôsobom využívaná. Svedčí o tom aj fakt, že samotný Galileo sa za matematika naozaj považoval, čo dokumentujú nielen slová *Sagrada* (reprezentoval postavu samotného Galileiho) v jeho diele *Discorsi*, ale svedčí o tom aj dopis, ktorý Galilei v roku 1636 napísal svojmu priateľovi *E. Diodatimu*, v ktorom sa Galilei označuje za odborníka v geometrii, inými slovami za *odborníka v matematike*. Je preto dosť zaujímavé, že napriek tomu matematický prínos Galileiho diela zostal pre širšiu odbornú verejnosť úplne nepovšimnutý, či dokonca úplne ignorovaný‡.

Na tomto mieste rozhodne nechceme zľahčovať Galileov prínos pre fyziku, lebo ten bol obrovský a určite hlboko a na dlhú dobu ovplyvnil dovtedajší fyzikálny i filozofický obraz sveta. Iba chceme pripomenúť a zdôrazniť, že na tomto diele má nemalé zásluhy **Galilei ako matematik a jeho exaktný matematický spôsob myslenia a uvažovania** získané poctivým štúdiom prác Euklida, Archimeda a ich nasledovníkov, ktoré matematizáciou vied o prírode, konkrétne mechaniky, zmenilo po roku 1600, ponímanie dovtedajšej fyziky, ktorá bola do tých čias v područí Aristotelovej prírodnej filozofie. Skutočnosť, že Galileo dosiahol oslňujúce výsledky na poli fyziky, jednoducho nemôže byť dôvod na to, aby sme ignorovali jeho matematické výsledky, jeho prínos pre matematiku. Zaujímavé je, že história je nespravodlivá voči Galileovi aj z iného hľadiska. Totiž Galileova duchaplná obhajoba kontroverzného Koperníkovho heliocentrického systému, ktorú zavrášil v roku 1632 v diele *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo (Dialógy o dvoch hlavných systémoch sveta)*, spolu s jeho následným odsúdením inkvizíciou§ v roku 1633 zatienila, najmä pred širšou odbornou verejnosťou, nielen výsledky z matematiky, ale aj jeho najdôležitejšie výsledky z fyziky sú z časti poznateľné už v tomto diele, ale hlavne tie výsledky na poli fyziky, ktoré boli

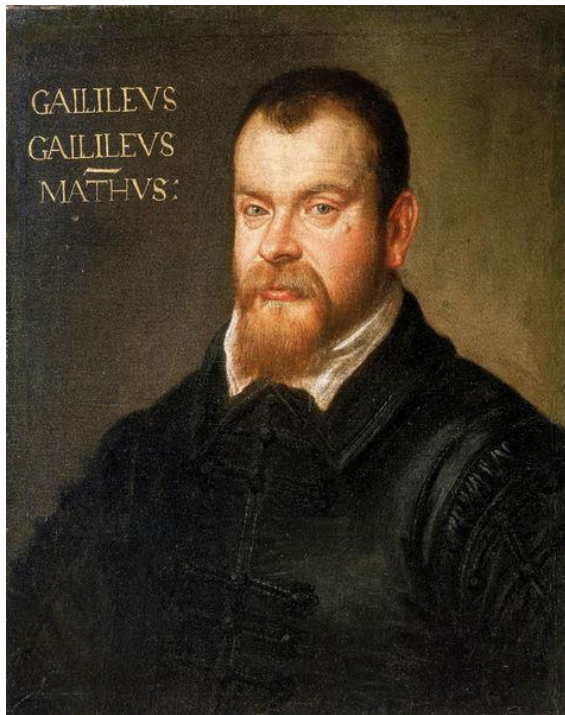
* Možno však spomenúť aj ďalšie mená, napríklad *Gerberta z Aurillacu* (950 -1003), jedného z najväčších matematikov západného sveta svojej doby, ktorý bol mníchom, biskupom a nakoniec pápežom (999-1003), známym pod menom *Silvester II.* V tejto súvislosti treba priznať, že v najmä v období stredoveku nájdeme medzi mníchmi, biskupmi veľa vynikajúcich matematikov (*Alcuin, Oresme* a pod.) čo pravdepodobne súviselo aj s tým, že to bola jedna z mála vrstiev obyvateľstva, ktorá mala v tom období prístup k vzdelaniu.

† Galileo pôsobil na ako *univerzitný profesor matematiky* na Univerzite v Pise v rokoch 1589 -1592 a v rokoch 1592 -1610 na Univerzite v Padove. Následne v rokoch 1610 – 1632 pôsobil vo Florencii ako filozof a dvorný matematik vojvodu z Toskánska *Cosima II.*, zo významného rodu Medicejovcov, bez povinnosti prednášať študentom.

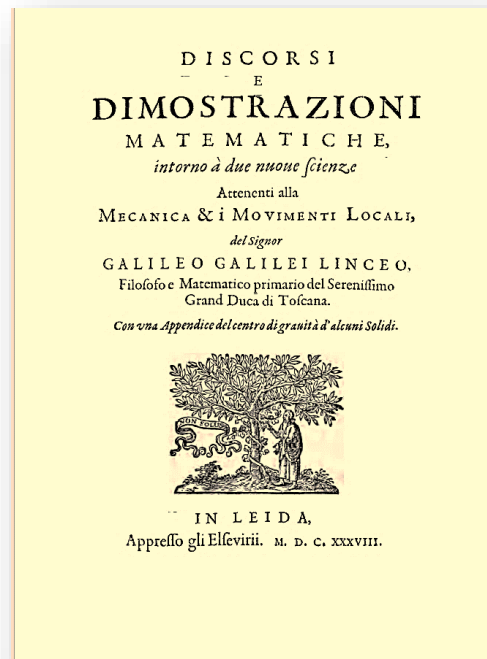
‡ Na tomto majú zásluhu aj samotní fyzici, ktorým sa vytrvalým zdôrazňovaním zásluh Galileia na vzniku novej fyziky a nového ducha vedy podarilo potlačiť u Galilea Galileiho jeho status *matematika*.

§ V roku 1992 (359 rokov od procesu s Galileom) pápež Ján Pavol II. vydal ospravedlnenie, ktorým zrušil výnos inkvizície z procesu s Galileom.

uvverejnené v diele *Discorsi e dimostrazioni matematiche, intorno à due nuove scienze attenenti alla meccanica & i movimenti locali*, a o ktorých širšia verejnosť temer nič nevie.



Obr. 1. Galileo Galilei, matematik (autorom olejomalby je Dominico Robusti, v súčasnosti uložená je v National Maritime Museum of London)



Obr. 2. Titulná strana Galilovho diela *Discorsi e dimostrazioni matematiche, intorno à due nuove scienze a meccanica & i movimenti locali* (1638)

V *Dialógoch* sa viac-menej zavřišla *heliocentrická predstava slnečnej sústavy*, ktorá sa síce mohla spresňovať, no jej základy už nezniesli nijakú revíziu. To však ešte nebol všeobecný obraz sveta, ktorý by zahrnoval všetky prírodovedné poznatky. Predpokladom takéhoto obrazu bolo zjednotenie *heliocentrickej astronómie s mechanikou pozemských telies*, o ktoré sa zaslúžil o čosi neskoršie jeden z najväčších fyzikov (sformuloval prvú teóriu sily a gravitácie), ale súčasne aj jeden z najväčších matematikov (ako spoluzakladateľ infinitezimálneho počtu) v histórii vedy vôbec, *Isaac Newton* (1643 - 1727).

Najprv však bolo potrebné položiť *základy mechaniky pozemských telies*. Toto sa s využitím matematických metód, exaktného matematického spôsobu uvažovania, podarilo práve G. Galileimu. Galileo Galilei začal okrem pozorovania v širšom meradle využívať *experimenty* (fyzikálne aj myšlienkové), *meranie skúmaných veličín* vstupujúcich do experimentu a úvahy založené nielen na aristotelovskej logike*, ale najmä na *matematických metódach*, na presnej *matematickej argumentácii*. Poznamenajme, že experiment je vyjavením ideálnej podstaty javu pomocou umelo navodenej situácie. Meranie je založené na tom, že umelú situáciu, t. j. predmety, vzťahy a postupy, ktoré ju konštituuju, postupne štandardizujeme. Týmto sa merací prístroj vlastne stáva nástrojom na uskutočnenie programu *matematizácie prírody*.

* *Aristoteles zo Stageiry* (384 pred Kr. -322 pred Kr.) bol starogrécky filozof a encyklopedický vedec zakladateľ logiky a mnohých ďalších vedných odvetví. Aristotelovská logika je časť je časť tradičnej logiky rozpracovaná Aristotelom a jeho nasledovníkmi; ktorej základom je teória kategorického sylogizmu založená na kategorickom a modálnom sylogizme. Zjednodušene povedané, z dvoch súdov (premís) sa *čistou myšlienkovou operáciou* (dedukciou) vytvára záver (konklúzia).

Podľa L. Kvasza (Kvasz, 1999) Galilei sa svojou koncepciou matematizácie prírody voči prevládajúcim Aristotelovým názorom na prírodovedu jasne vymedzil. Z nej totiž (mimo iného) vyplýva, že každý prírodný jav má povahu matematických idealít. U niektorých charakteristík javov ako *dĺžka* alebo *tvar* sme schopní priamo nahliadnuť ideálne matematické objekty, ktoré tvoria ich podstatu. U iných javov ako *teplo*, *tlak* alebo *pohyb* žiaden ideálny objekt bezprostredne nevidíme. Galilei bol presvedčený, že aj tieto javy, ktoré by Aristotela ani vo sne nenapadlo matematizovať, majú ideálnu podstatu. Rozdiel je len v tom, že ich ideálna podstata je skrytá priamemu nazeraniu a leží niekde v hĺbke pod zjavným povrchom javu. Galilei tak matematickému opisu dal univerzálnu platnosť. Zmenil svet, ktorý sa stáva matematickým univerzom. Každý jav v prírode má svoju ideálnu, matematickú podstatu, kniha prírody je napísaná jazykom matematiky.

V *Discorsi* (1638) Galilei rozvinul matematické skúmanie pohybu a vzťahov medzi dráhou, rýchlosťou a zrýchlením. Neuvěřejnil síce žiadny systematicky výklad svojich ideí o intinitezimálnom počte, to prenechal to svojim žiakom Evangelistovi Torricellimu* (1608 – 1647), Bonaventurovi Cavalerimu† (1598 - 1647) a Vincenzovi Vivianimu (1622 – 1703). Galilei prostredníctvom svojej verzie *metódy nedeliteľných (indivisibilií)*, ktorú v *Discorsi* na niekoľkých miestach využil, jednoznačne ukázal, že mu je blízky duch novej matematiky, ktorá už stála pred bránami *diferenciálneho a integrálneho počtu* zavedeného I. Newtonom a G. W. Leibnizom‡. Galileiho *Discorsi* súčasne položilo aj základy pre bazálny prototyp novej metódy pre skúmanie sveta prírody, čo malo za následok vyňatie štúdia prírody z filozofie a jej nasmerovanie do vedy (lat. scienta, angl. science), pod ktorou sa dnes (najmä v anglosaských krajinách) hlavne rozumie: fyzika, chémia a biológia§.

3 Vzťah matematiky a fyziky

Aristoteles definoval matematiku (zo starogréckeho slova *mathema*, čo znamená „poznávanie, štúdium, učenie, veda“) ako „vedu o množstve, o kvantite“ a toto vymedzenie sa udržalo až do 18. storočia. Od 19. storočia, keď enormne narástla abstraktnosť matematiky a požiadavky na jej presnosť, bol navrhnutý celý rad jej nových definícií, ktoré vyústili do diskusie, či matematika je vôbec vedou. *Fyzika* grécke slovo pre prírodu (pochádza zo starogréckeho slova *phusis* „príroda“). Pred dvadsaťtremi storočiami Aristoteles napísal knihu o prírodnej filozofii, ktorú nazval *Fyzikou*. Aristotelove názory na prírodu dominovali európskemu mysleniu viac ako 2000 rokov. Prírodní filozofi sformulovali celý rad poučiek o príčinách o príčinách pohybu a o povahe vesmíru. Nerobili však žiadne merania skúmaných veličín, neuskutočňovali žiadne experimenty a matematické výpočty využívali veľmi zriedkavo, príp. výpočty nepoužívali vôbec. Takáto situácia pretrvala až do

* V roku 1643 *Toricelli* uskutočnil prvý pokus merania atmosférického tlaku pomocou hydrostatického tlaku ortuti.

† *Cavalieri* je považovaný za vplyvného predstaviteľa geometrie nedeliteľných rozpracovanú v *diele Geometria Indivisibilibus* (1653), čím sa stal jedným z predchodcov intinitezimálneho počtu. Zaviedol a zdôvodnil princíp (dnes sa nazýva Cavalieriho princíp), ktorý je vhodný na určovanie obsahov rovinných útvarov a objemov telies.

‡ Nevyhnutným predpokladom pre prekonanie tejto medzery bolo potrebné, aby sa v matematike vo väčšej miere rozvinula matematická symbolika, aby sa prehĺbilo a udomácnilo spojenie medzi algebrou a geometriou, vo forme už tom čase rodiacej sa, Descartovej a Fermatovej *analytickej geometrie*.

§ Dnes k týmto vedám spravidla priradujeme ešte geológiu.

čas Galilea Galileiho. Galileo považoval spôsob, akým prírodní filozofi vysvetľovali problematiku pohybu, za nepresvedčivé. Najviac nespokojný bol s tým, že Aristoteles sa vo svojich úvahách o pohybe telies sústredil iba na to *prečo objekty sa pohybujú*. Galileo chcel vedieť aj to *ako sa tieto objekty pohybujú*. Galileo transformoval Aristotelovu prírodnú filozofiu do matematickej a experimentálnej fyziky. J. Maclachlan vo svojej knihe *Galileo Galilei: First Physicist* (Maclachlan, 1997) uvádza, že navzdory tomu, v anglicky hovoriacich krajinách, sa ešte viac ako sto rokov po Galileovi hovorilo aj naďalej o *prírodnej filozofii* a nie o fyzike. Treba priznať, že pred koncom roka 1600 sa experimentálno-matematické štúdium prírody vo Francúzsku začalo nazývať „*la physique*“. Učenci sa zaoberajúci sa takýmito štúdiami boli nazývaní „*physiciens*“. Anglické slovo „*physicist*“ (fyzik) nevzniklo skôr ako v roku 1840. To teda znamená, že Galileo v dobe kedy žil, pravdepodobne nebol nazývaný fyzikom, a preto nemohol byť za fyzika ani považovaný. Pravdou však je, že Galileo Galilei vo svojich prácach používal postupy a výsledky, ktoré ležia v srdci toho, čo dnes rozumieme pod slovom fyzika, preto si iste označenie **fyzik** určite zaslúži. Na druhej strane treba priznať aj to, že v Galileových časoch, označenie či titul *matematika*, ktoré sa v tej dobe bežne používali (pozri na portrét Galilea na Obr.1, na ktorom je viditeľné slovo **MATHVS** čo označuje **MATHUS** – matematik) neboli až tak veľmi cenené. Totiž vrcholom bol totiž titul a pracovná pozícia *filozofa*, keďže v istom ponímaní boli všetky vedy súčasťou *filozofie*.

V tejto súvislosti celkom prirodzene vzniká otázka aký je vzťah matematiky a fyziky, príp. aký je vzťah matematiky a ostatných vied. Porovnávanie matematiky s fyzikou sa môže zdať neobvyklé. V súčasnosti je všeobecne prijatý názor, že matematika nie je vedou v zmysle anglického science, nevytvára totiž o realite. Keby bol svet iný, mali by sme inú fyziku. Naproti tomu matematiky by sa táto zmena nedotkla. Nech je svet akýkoľvek, tvrdenia matematiky sú nemenné, platia nezávisle od stavu vecí. V súčasnej klasifikácii vied je matematika zaradovaná k formálnym vedám (patrí k nim aj logika) a je považovaná skôr za jazyk vedy*. Na rozdiel od fyziky, ktorá je považovaná za prototyp skutočnej vedy†.

Poznamenajme, samotné vnímanie matematiky ako jazyku vedy ako prvý vyslovil samotný G. Galilei vo svojom, pravdepodobne najznámejšom citáte, uverejnenom v práci *Il saggiaatore* (angl. *The Assayer*) v roku 1623: „*Filozofia (t.j. kniha prírody) je vpísaná do vesmíru ako do nejakej veľkolepej knihy, ktorá je neustále otvorená nášmu pohľadu. Táto kniha sa ale nedá pochopiť, pokiaľ človek najprv neporozumie jej jazyku a nedokáže prečítať písmená, ktorými je napísaná. Je napísaná matematickým jazykom a jej literami sú trojuholníky, kruhy a ďalšie geometrické útvary, bez ktorých človek nepochopí jedinú slovo; a tak len tápe v temnom labyrinte.*“

* Možno aj to je dôvod prečo sa *Nobelova cena* (spojená s finančnou odmenou cca 864 000 €) neudeľuje v odbore matematika. Tá sa totiž udeľuje za zásadný vedecký výskum iba v odboroch fyzika, chémia, fyziológia alebo medicína, či za prínos pre ľudstvo (v oblastiach literatúra, mier). V roku 1968 síce pribudla aj Nobelova za ekonómiu (mimochodom medzi laureátmi tejto ceny sú aj štyria matematici, napríklad *John Nash* (1928 - 2015), známy z filmu *Čistá duša*), avšak toto ocenenie nie je vlastne Nobelovou cenou. Je to *Cena Švédskej ríšskej banky*, ktorá sa však udeľuje spoločne s ostatnými Nobelovými cenami. Za náhradu „*Nobelovej cenu za matematiku*“ bola dlhú dobu považovaná *Fiedsova medaila*, ktoré sa však udeľuje matematikom iba do veku 40 rokov (finančná odmena je približne 10 550 €). Od roku 2003 túto úlohu pravdepodobne prebrala *Abelova cena* udeľovaná *Nórskou akadémiou vied*, u ktorej už vekové obmedzenie pre laureátov absentuje, a ktorá sa výškou finančnej odmeny (cca 700 000 €) predsa len viac približuje k Nobelovej cene.

† Aj súčasnosti sme svedkami toho, že napriek tomu, že matematika nie je prírodnou vedou, v bežnom živote je veľmi často spájaná s prírodnými vedami, či dokonca je k prírodným vedám priradovaná. Napríklad sa stačí pozrieť na katedrovú skladbu fakúlt prírodných vied u nás i v zahraničí. Drvivá väčšina z nich obsahuje aj katedru matematiky. Tu sa však skôr uplatňuje historická zotrvačnosť a azda aj praktické hľadisko: veď najväčšie použitie matematika má v prírodných vedách.

Aj keď je Galileo pôvodcom myšlienky *matematizácie prírody*, dnes už vieme, že matematické prostriedky, ktorými chcel svoj program uskutočniť (trojuholníky a kružnice) sú príliš jednoduché na to, aby mohli vyjadriť univerzálne prírodné zákony. Na vyjadrenie prírodných zákonov bolo nevyhnutné vytvoriť úplne novú matematiku. Avšak k tomu, aby bolo možné matematicky vyjadriť „iba“ *zákony pohybu* bolo potrebné rozvinúť matematickú symboliku, pravidlá pre manipuláciu so symbolmi; *Descartes s Fermatom* museli vytvoriť *analytickú geometriu* s ideou súradnicovej sústavy; a až potom mohli *Newton s Leibnizom* položiť základy *infinitesimalného počtu* (diferenciálny a integrálny počet) s fundamentálnymi pojmami *funkcia a diferenciálna rovnica*. Až využitím týchto prostriedkov sa otvorila možnosť naplnenia Galileovho programu a uvedenie úlohu bolo možné (aspoň potencionálne) *uspokojivo zvládnuť*.

V súčasnosti sa potvrdzuje, že veľa fyzikálnych zákonov je sformulovaných v tvare diferenciálnych rovníc (a ich sústav) a bez diferenciálnych rovníc si je ťažké predstaviť si štúdium a riadenie procesov od jadrových reakcií počnúc, po lety do vesmíru končiac. Známym fyzikom a laureátom Nobelovej ceny za fyziku Richard P. Feynman (1918 -1988) sa vyjadril ešte jednoznačnejšie: „Existuje jediný spôsob formulácie fyzikálnych zákonov, a to v tvare diferenciálnych rovníc.“ Na inom mieste Feynman tvrdí, že „*vďaka všeobecnosti a jasnosti*“ sa matematika stáva pre modernú fyziku „*súčasným jazykom i logikou*“. Podľa *Feynmana* fyzikálne zákony (aspoň tie fundamentálne) sa bez matematiky proste vysvetliť nedajú. Matematika sa totiž podľa neho nedá previesť do slov, pretože nejde len o púhy jazyk alebo systém symbolov, ale aj o samotný spôsob uvažovania a zdôvodňovania, ktorá matematický zápis prináša. Fungovaniu sveta je možné porozumieť len kvantitatívne, „*príroda nám ponúka informácie len v jednej forme...*“. Feynman, na rozdiel od súčasného fyzika *S. W. Hawkinga*^{*}, bol presvedčený, že použitiu matematiky by sa nemali vyhýbať ani popularizátori vedy. Ťažko môžeme od prírody žiadať zmenu jazyka len preto, že matematika je pre veľa ľudí jednoducho ťažká, konštatuje Feynman. O význame matematiky pre fyziku a pre vedu vo všeobecnosti sa vyjadrili významní matematici *M. Kac* a *S. Ulam* takto: „*Matematika je do seba uzavretý mikrokosmos, ktorý má obrovskú schopnosť odzrkadľovať a modelovať akékoľvek procesy myslenia a pravdepodobne i celú vedu ako takú. Vždy prinášala veľký úžitok a v posledných rokoch ho prináša v ešte väčšej miere. Môžeme ísť dokonca ďalej a tvrdiť, že matematika je nevyhnutná na to, aby si človek pokoril prírodu a vôbec vyvíjal sa ako biologický druh, lebo formuje jeho myslenie.* (Kac - Ulam, 1977).

4 Discorsi

Ako už bolo konštatované, z celého Galileovho diela mali *Dialógy o dvoch hlavných systémoch sveta* najväčší význam pre štýl, metódu a vedeckého myslenia a pre rozšírenie heliocentrizmu. Pre rozvoj samotnej mechaniky však mala oveľa väčší význam kniha, ktorú Galileo napísal po svojom odsúdení inkvizíciou v Arcetri pri Florencii: „*Discorsi e dimostrazioni matematiche, intorno à due nuove scienze attenenti alla mecanica & i movimenti locali*“ (*Rozhovory a matematické dôkazy o dvoch nových vedách, o mechanike a pohybe telies*). V istom zmysle je možné považovať Galileiho dielo *Discorsi* za jeho

^{*} S. W. Hawking sa totiž v predslove českého prekladu svojej *Stručnej histórii času* vyjadril takto: „*Jenomže moderná veda je složitá a pouze nevelký počet specialistů ovládá matematiku, v jejíž řeči na ně nacházíme odpovědi. ... Zkušenější autoři mě varovali, že každá rovnice sníží zájem o knihu na polovinu. Rozhodl jsem se tedy, že vynechám všechny rovnice. Ale nakonec jsem přece jenom jednu rovnici do knihy zařadil: slavnou Einsteinovu $E = mc^2$. Doufám, že neodradí polovinu mých potenciálních čtenářů.*“

testament, pretože v ňom zhrnul výsledky viacerých svojich bádání, ktorým sa venoval v rozličných obdobia svojho života*. Galileo knihu dokončil začiatkom roka 1635 a po štyroch rokoch v roku 1638 sa ju podarilo potajomky vydať v Holandsku, v protestantskom *Leiden*†, kde inkvizícia katolíckej cirkvi dosah nemala.

V *predslove* tejto knihy sa vysvetľuje, ktorými *dvomi novými vedami* sa zaoberajú *Discorsi*. Sú to *dynamika a náuka o pevnosti*. V tejto knihe vystupujú tí istí spolubesedníci ako v *Dialógoch: Salviati, Sagredo a Simplicio*, ktorí vlastne reprezentujú rôzne vývojové štádia myslenia a názorov samotného Galilea na uvedenú problematiku. Salviati predstavuje moderného výskumníka, učenca a reprezentuje vtedajšie myšlienky samotného Galilea. Simplicio reprezentuje učenca zachovávajúci súdobú akademickú tradíciu (Aristotelovo učenie), ktorý na rozdiel od *Dialógov o dvoch hlavných systémoch sveta* už nepôsobí tak jednoducho, až prostoducho. Sagredo vytvára medzičlánok, istý druh premostenia medzi nimi, kladie netriviálne otázky a ponúka podnety na zamyslenie. Napriek tomu, že dialogická forma diela kladie nemalé nároky aj na dnešného čitateľa, možno konštatovať, že dialógy medzi priateľmi *Salviatim, Sagredom a Simpliciom* sú veľmi duchaplné a svieže. Bohužiaľ pre matematicky menej zdatného čitateľa je text náročný, pretože obsahuje veľa matematiky a pre matematicky zdatného čitateľa pôsobí dialogická forma priveľmi rozvláčne, keďže namiesto dlhého dialógu by dnes stačilo uviesť niekoľko rovníc a niekoľko úprav s nimi. Treba však uvedomiť, že takýto nástroj Galilei ešte k dispozícii nemal.

Obsahovo sú *Discorsi* rozdelené do tzv. *štyroch dní*. V slovenskom vydaní tohto diela (zatiaľ ešte neúplného) je každému dňu venovaná samostatná brožúrka, ktoré rozdeľujú toto dielo do jeho štyroch dielov.

Prvý deň pojednáva o pevnosti a zlomeníu pevných látok, odolnosti proti rezaniu, odpore proti stlačeníu, štruktúre materiálov, existencii vákuu, plávajúcich telesách, optike parabolických zrkadiel, páde rôznych závaží, páde telies vo vákuu a vzduchu, kmitavom pohybe kyvadla, akustike a hudbe.

Druhý deň venovaný problematike pružnosti materiálov a rovnovážnej sile. Počas *Tretieho a štvrtého dňa* Salviati, Sagredo a Simplicio čítajú Galileiho pojednanie o pohybe telies (presnejšie, Galilei hovorí o tzv. miestnom pohybe). Z aspektu matematiky a jej implementácie do vedy, ktorá sa dnes nazýva fyzika (teda z aspektu témy, ktorou sa zaoberáme v tomto článku) sú tieto dve časti veľmi skutočne zaujímavé a inšpiratívne.

V *Tretom dni* Galileo vysvetľuje základné princípy dynamiky pri rovnomernom pohybe a pri rovnomerne zrýchlenom pohybe. Sú odvodené rovnice pohybu padajúcich telies. Galileo, na rozdiel od Aristotela, neskúma fyzikálne príčiny voľného pádu, ale sa otázke ako sa teleso pohybuje pri voľnom páde, pričom sa prioritne venuje **matematickej stránke problému**. Rovnomerne zrýchlený pohyb vymedzuje ako taký, „*pri ktorom v rovnakých časových úsekoch dochádza k rovnakým prírastkom rýchlosti*“. Základný zákon voľného pádu Galileo vyslovil už na konci besied v rámci prvého dňa, v súvislosti s otázkami vákuu, keď vyvracal Aristotelove dôkazy proti jestvovaniu prázdna. Podľa Aristotela je rýchlosť pohybu nepriamo úmerná hustote prostredia. Preto v prázdnom priestore s nulovou hustotou, by mal mať pohyb nekonečnú rýchlosť. Z neexistencie takého pohybu Aristoteles vyvodil

* Toto dokumentuje i *Galileova poznámka*, keď po napísaní diela zaslal vydavateľovi dodatky k „tretiemu“ a „štvrtému“ dňu (pridal k nim aj svoj traktát o centre ťažísk telies) s dôkazmi a závermi „*zistenými priamo mnou vo veku 22 rokov po dvoch rokoch štúdia geometrie a je lepšie ich uviesť, ako by sa stratili*“.

† *Discorsi* boli vydané vo vydavateľstve *Elsevier*, ktoré založil v roku 1580 *Lodewijk Elsevier*. Jeho potomkom sa podarilo vybudovať (vo svojej dobe) najväčšie vydavateľstvo na svete, ktoré existovalo až do roku 1791. V roku 1880 bola založená nová vydavateľská spoločnosť, ktorá si názov *Elsevier* privlastnila. Dnes je to renomovaný vydavateľský gigant vedeckých prác, ktorý vydal už viac ako 20 000 knižných titulov.

neexistenciu vákuu. Galileo na tento argument rozpracoval teóriu konečnej a pre všetky telesá konštantnej* rýchlosti voľného pádu vo vákuu. Aristotelovu predstavu, že ťažšie telesá padajú rýchlejšie ako ľahšie vyvrátil veľmi jednoduchým, ale skutočne pôvabným, myšlienkovým experimentom. Predpokladajme, že veľký kameň sa pohybuje rýchlosťou rovnou osem a druhý, oveľa ľahší kameň sa pohybuje rýchlosťou rovnou štyrom. Keď ich spojíme, dostaneme teleso, ktoré padá strednou rýchlosťou, menšou ako osem. Ale dva kamene tvoria teleso, ktoré je ťažšie ako teleso prvé†.

V tejto časti sa Galileo zaoberal aj mechanickým kmitaním a sformuloval *princíp izochronného kyvadla*, ktoré neskoršie zohralo veľmi dôležitú úlohu pre meranie času. Veľmi podnetné sú Galileove experimenty s pohybom kovových guľičiek na naklonenej rovine v závislosti od sklonu naklonenej roviny. Totiž naklonená rovina umožnila Galileovi skúmať z jednotného hľadiska aj dva zdanlivo nesúvisiace pohyby, pohyb vodorovný (rovnomerý), resp. pohyb zvislý rovnomerne zrýchlený (t.j. voľný pád telesa) ako hraničné prípady pohybu telesa na naklonenej rovine. Nemožno nespomenúť jednu *dôležitú zmenu*, ktorú Galilei zaviedol pre vymedzenie rovnomerného pohybu, čo malo bezprostredný vplyv na matematickú stránku tohto pojmu. Totiž ako uvádza Kuznecov (Kuznecov, 1975) pred Galileom *rovnomerný pohyb bol definovaný ako pohyb, pri ktorom teleso prejde rovnaké vzdialenosti za rovnaké časové úseky*. K tejto definícii Galileo dodáva iba jedno slovo: pri rovnomernom pohybe prejde rovnaké vzdialenosti v **ľubovoľných**‡ rovnakých časových úsekoch. Toto môžeme dokumentovať *Galileovými slovami* z nášho prekladu *Tretieho dňa* do slovenčiny: *Pohyb nazývame rovnomerný alebo pravidelný ak prejdená vzdialenosť pohybujúceho sa telesa v ľubovoľných, ale rovnako dlhých časových intervaloch je rovnako veľká. Galileovo vysvetlenie je nasledujúce: Na rozdiel od doterajších definícií (tie nazývali pohyb rovnomerný v prípade, keď rovnakú vzdialenosť prejdeme v rovnakých časových intervaloch), my sme pridali slovíčko „ľubovoľný“, čo znamená tieto, akékoľvek pravidelné časové intervaly. Lebo je možné, že v určitých pravidelných intervaloch, bude prejdená vzdialenosť rovnako veľká za rovnaký čas, ale v menších častiach, ktoré vytvárajú dané vzdialenosti nebudú prejdené v rovnakých časových intervaloch.*

Toto slovo „ľubovoľný“ znamená, rýchlosť sa môže vzťahovať na nekonečne malé úseky dráhy a otvorilo Galileovi priestor na zavedenie pojmu *okamžitá rýchlosť* pri rovnomerne zrýchlenom pohybe.. To je krok, ktorým sa Galileo podstatne približuje k terajšej predstave o rýchlosti telesa ako o *limite podielu dĺžky prejdenej dráhy a veľkosti príslušného časového intervalu*. V *Discorsi* rieši trojica besedujúcich apóriu nepretržitého pohybu tým, že zavádzajú *pojmem rýchlosti v danom bode*. V prípade rovnomerne zrýchleného pohybu pre určenie rýchlosti v bode, napríklad pri voľnom páde telesa, tradičná predstava o rýchlosti rovnomerného pohybu zjavne nepostačuje. Práve preto Galileo berie rýchlosť ako spojitú meniacu sa veličinu. Príslušné paradoxy (napríklad paradox, že teleso vrhnuté smerom nahor by sa vlastne nikdy nemalo zastaviť) Galilei rieši konštatovaním, že určitá rýchlosť sa vzťahuje na nekonečne malý úsek dráhy (ktorú teleso prejde za taktiež za nekonečne malý časový interval). V súlade s tým sa musel zmeniť aj *pojmem rýchlosti*. Bolo treba ho rozpracovať s celým duchom galileiovskej dynamiky. Pre Galilea je **rýchlosť podielom nekonečne malého**

* Pri voľnom páde je konštantné zrýchlenie pre všetky telesá. Vo vákuu je rýchlosť rovnaká v každom okamihu pre telesá, ktoré sú pustené z pokoja z rovnakej výšky v rovnakom okamihu.

† Je možné, že Galilei inšpiráciu pre tento dôkaz našiel u nemeckého filozofa a logika Alberta Saského (Albert von Sachsen) (1320 -1390), ktorý tvrdil, že desať kameňov musí padať rovnakou rýchlosťou ako jeden.

‡ Bez tohto spresnenia sa totiž môže stať, že v určitých časových úsekoch teleso prejde rovnaké vzdialenosti, kým vzdialenosti, prejdené za rovnaké, ale menšie časti týchto časových úsekov, rovnaké nebudú.

elementu dĺžky prejdenej dráhy k nekonečne malej dĺžky časového intervalu. Treba však priznať, že v samotnom *Discorsi* takáto definícia rýchlosti *nie je explicitne sformulovaná*, ale fakticky Galileo takúto definíciu ustavične používal. Preložené do dnešného moderného jazyka, Galileo pod rýchlosťou v bode priamočiareho pohybu *intuitívne* rozumel v podstate našu **okamžitú rýchlosť** $v(t_0) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$, ktorá sa uvádza v súčasných kurzoch matematickej analýzy ako *fyzikálna interpretácia derivácie funkcie v bode*. Na tejto časti sa dá presvedčivo dokumentovať ako nová rodiaca sa fyzika *podnietila vznik rýdzo matematických pojmov*: nekonečne malá veličina a následne i pojem derivácie a integrálu.

Z matematického hľadiska je veľmi zaujímavé Galileiho zdôvodnenie toho, že pri *rovnomernej zrýchlenom pohybe veľkosť prejdenej dráhy je úmerná štvorcu času* (presnejšie $s = \frac{1}{2}at^2$). Galileiho úvahy o rýchlosti a zrýchlení pohybu telesa, ktoré sme spomínali vyššie, bezprostredne vedú k prvej či druhej derivácii zákona dráhy (ak použijeme dnešnú terminológiu).

Toto bol významný prínos Galileovej dynamiky pre matematiku 17. storočia, dôsledku čoho, v priebehu ďalšieho vývoja, rodiaci sa pojem derivácie nevznikal iba s problémom určovania smernice dotyčnice ku grafu funkcie, ale najmä s galileovským vymedzením *problému okamžitej rýchlosti* telesa v danom bode. V takto vnímanom kontexte a súvislostiach však *Galileovo zdôvodnenie faktu* (pretlmočené do dnešnej matematickej terminológie), že veľkosť prejdenej dráhy telesa pohybujúceho sa rovnomerným zrýchleným pohybom (rýchlosťou $v(t) = at$) v časovom intervale $[0, T]$ sa rovná obsahu trojuholníka, ktorý je zhora ohraničený priamkou $v = at$, zdola časovou osou v intervale $[0, T]$ už obsahuje zárodok *perly matematického myslenia*, špeciálny prípad *Základnej vety diferenciálneho a integrálneho počtu* (Newtonova – Leibnizova veta).

Podporné stanovisko pre toto naše tvrdenie, ktoré sa možno bude zdať niekomu pritiahnuté za vlasy, sme našli v práci *Historical Encyclopedia of Natural and Mathematical Sciences* (2009), ktorej autorom je Ari Ben-Menahem z Weizmannovho inštitútu vedy v Izraeli. V tejto skutočne rozsiahlej encyklopédii (má 5986 strán) sa na str. 1112 uvádza, že „*The first published statement concerning this Fundamental Theorem of Calculus appears in Lectiones geometricae, a treatise published by Barrow in 1670. The theorem, however, is believed to have been recognized intuitively by Galileo 50 years earlier in connection with his study of motion.*“ Sme presvedčení o tom, že už tento výsledok zaraduje **Galilea Galileiho k špičkovým matematikom svojej doby***.

Vo *Štvrtom dni* sa v *Discorsi* pojednáva o strelách. Je tu sformulovaný dôležitý fyzikálny princíp, princíp zotrvačnosti (známy zo školských lavíc ako Prvý Newtonov pohybový zákon). Táto časť obsahuje prvú vedeckú teóriu o pohybe telesa v dvojrozmernom priestore, použitú na vysvetlenie pohybu striel. Galilei demonštrovaním svojho princípu skladania pohybov, presnejšie ich rýchlostí (vodorovného rovnomerného pohybu a voľného pádu ako zvislého rovnomernej zrýchleného pohybu) dokazuje, že vystrelená strela letí po parabolickej dráhe. Je skutočne zaujímavé sledovať ako sa statický objekt získaný v staroveku *Apolloniom z Pergy* (262 - 190 pred n. l.) rezom kužeľovej plochy a roviny mení v Galileiovom diele *Discorsi* na dynamický objekt, ktorý je trajektóriou vystrelenej delovej gule. V porovnaní s dnes používanými vzorcami pre popis parabolických dráh vystrelených projektilov, v ktorých

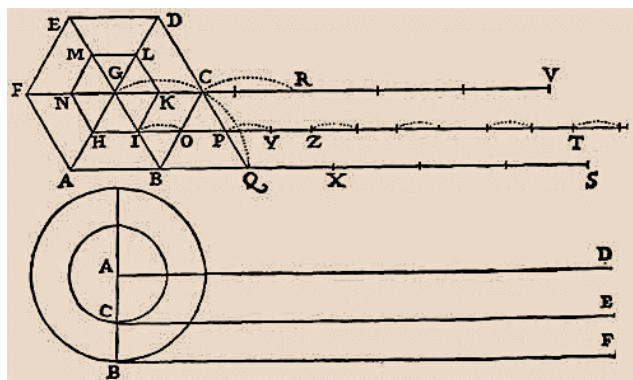
* To platí i napriek tomu, že niektorí historici matematiky predpokladajú (napr. A. P. Juškevič), že Galileo bol pravdepodobne ovplyvnený (aj keď to vo svojej práci nespomína) prácou *Tractatus de configurationibus qualitatum et motuum*, ktorú napísal v roku 1350 vynikajúci francúzsky matematik Nicole Oresme (1323-1382). V každom ohľade však Galileove úvahy boli úplnejšie a komplexnejšie.

vystupujú goniometrické funkcie, je jeho popis pomerne ťažkopádny. Na druhej strane, metóda, ktorú použil Galileo nie je o nič menej presná. Dokazuje to aj tabuľka základných vlastností týchto parabolických trajektórií v závislosti od veľkosti *elevačného uhla* (náklonu dela), ktorú Galileo s podivuhodnou presnosťou zostavil.

Na záver tejto časti spomeňme ešte tri zaujímavosti (kuriozity), ktoré sú spájané s *matematickým odkazom Galileiho*.

Prvým paradoxom je, že Galileo ukázal (povedané dnešnou terminológiou), že množinu všetkých prirodzených čísel $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ je možné bijektívne zobrazit priradením ($n \rightarrow n^2, n \in \mathbb{N}$) na jej vlastnú podmnožinu $N_2 = \{1, 4, 9, \dots, n^2, \dots\}$ a teda obidve množiny sú ekvivalentné z hľadiska „počtu prvkov“. Galileo okrem lakonického konštatovania „*to nemôže byť*“, neskoršie doplnil toto konštatovanie tvrdením, že *nekonečné množiny nemajú tie isté vlastnosti ako množiny konečné**. Poznamenajme, že táto vlastnosť nekonečných množín bola v 19. storočí znovuobjavená B. Bolzanom.

Je skutočne zaujímavé, že táto vlastnosť *nekonečných množín* sa objavuje aj pozadí druhého paradoxu, ktorý sa objavil v starogréckej práci *Mechanica*, pripisovanej Aristotelovi. Paradox je známy pod názvom *Aristotelovo koleso* (*Rota Aristotelica*). Vysvetlenie tohto paradoxu našiel až Galileo v *Discorsi*. K dispozícii máme dve pevne spojené kolesá, jedno je vo vnútri druhého tak, že ich okraje vytvárajú dve sústredné kružnice s polomeri $r, R, r < R$. Kolesá sa majú otáčať bez kĺzania okolo ich spoločného stredu. Po jednej otáčke sa bod B dostane do bodu F a bod C do bodu E . Z druhej časti *Obr. 3* (je kópiou obrázka z *Discorsi*) je zrejmé, že dĺžky úsečiek BE, CE sa rovnajú obvodom uvedených kruhov. To však znamená, že $r = R$, čo je nemožné.

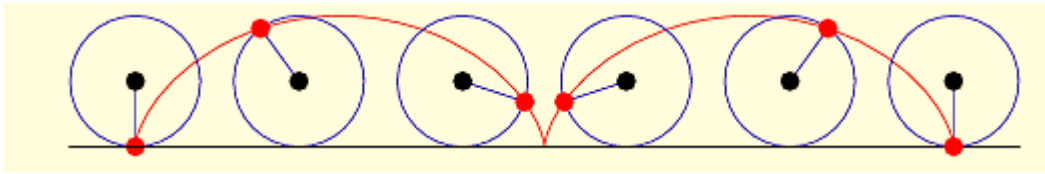


Obr. 3. Aristelovo koleso (zdroj Galilei: Discorsi)

Galileo vysvetlil tento paradox nahradením kružníc dvomi pravidelnými šesťuholníkmi. Na hornej časti *Obr. 3* je „vidieť“ (Galileo to však veľmi podrobne, na viac ako dvoch stranách textu, dokazuje), že pri otáčaní šesťuholníkových kolies bod K neprejde do bodu O , ale do bodu P . To však znamená, že vrcholy menšieho šesťuholníka sa okrem otáčania aj *posúvajú*. Táto úvaha zostáva v platnosti pre ľubovoľné pravidelné n -uholníky a teda aj pre *kruhy*. Podstata tohto zdanlivého paradoxu spočíva v chybnom predpoklade, že *ak medzi množinami bodov dvoch kriviek existuje bijektívne zobrazenie, tak tieto krivky majú rovnakú dĺžku*. Keďže Toto tvrdenie však pre nekonečné množiny (dokonca s mohutnosťou kontinua) vo všeobecnosti neplatí.

Treťou zaujímavosťou, ktorú spravidla spájame s Galileom je jedna z najpozoruhodnejších a najkrajších kriviek (nazývaná aj *Helenou* (t.j. *Krásnou Helenou*) *geometrie*).

* Na uvedenú vlastnosť nekonečných množín narazili už niekoľkí matematici pred Galileom. Galileo bol však prvý, ktorý upozornil na to, že je *potrebné rozlišovať medzi týmito skupinami množín*.



Obr. 4. Cykloida a je konštrukcia

Podľa významného historika matematiky *Floriana Cajoriho* Galileo v roku 1599 túto krivku objavil, presne definoval a dal jej meno **cykloida**. Kinematická definícia cykloidy je veľmi názorná: *cykloida je krivka, ktorú ako svoju stopu zanecháva bod kružnice, ktorá sa kotúľa po rovnej podložke*. Je to asi *najzaujímavejšia krivka v celej histórii matematiky i histórii vedy vôbec*. *Cykloida sa objavuje v rozličných problémoch fyziky a matematiky*. Cykloida je totiž riešením niekoľkých významných problémov pri hľadaní kriviek s požadovanými extrémnymi vlastnosťami, preto sa (vzhľadom na bezprostrednú spojitosť s uvedenými problémami) nazýva aj *tautochróna, izochróna, či brachystochróna*). Pre jej pozoruhodné vlastnosti ju nachádzame v prírode a našla uplatnenie v architektúre i technike (oveľa viac je možné sa dozvedieť z článku *Stachová – Stacho* (2013).

5 Záver

Dúfame, že sa nám aspoň z časti podarilo dokumentovať, že prínos *Galilea Galileiho* pre rozvoj matematiky bol dôležitý a napriek starostlivo pestovaného imidžu špičkového fyzika a vedca svojej doby, ktorý z veľkej časti zatienil jeho matematický odkaz, určite si zaslúži, aby sme o ňom hovorili aj ako **významnom matematikovi** svojej doby. Jednoducho by sa nemalo stávať, aby sa pri hodnotení diela *Galilea Galileiho* neobjavilo slovo *matematik*, či presnejšie významný matematik. To je samozrejme úlohou hlavne nás matematikov, resp. učiteľov matematiky. Pozoruhodné je to, že túto úlohu môžeme rozšíriť aj o ďalšie mená ďalších významných fyzikov a astronómov, ktorí boli nielen svojou profesiou matematikmi, ale v matematike dosiahli aj špičkové výsledky. Navzdory tomu, podobne ako to bolo u Galilea, v širšom spoločenskom povedomí nie sú medzi matematikov vôbec zaradovaní.

Môžeme uviesť konkrétne príklady. Vo všeobecnosti totiž nie je známym faktom, že zo školských lavíc známy fyzik, *Archimedes zo Syrakúz* (287 -212 pred n.l.) bol matematikom, dokonca **najväčším matematikom staroveku**; že Galileovi súčasníci *Johannes Kepler* (1571 – 1630), *Bonaventura Torricelli* (1608 – 1647) spolu s jedným najväčších fyzikov v histórii vedy vôbec *Isaacom Newtonom* (1643 -1727) **boli matematikmi**.

Podobný osud stihol aj dvoch významných matematikov *Jána Segnera* a *Jozefa Maximiliána Petzvala*, ktorí sa narodili na území dnešného Slovenska, avšak v čase kedy Slovensko bolo súčasťou Rakúska – Uhorska.

Ján Segner (1704 – 1777) sa narodil v Bratislave. Preslávil sa vynálezom jednej z prvých vodných turbín (tzv. *Segnerovho kolesa*), preto je temer výlučne považovaný za *fyzika a vynálezcu*. To i napriek tomu, že na poli matematiky zožal niekoľko prvenstiev a úspechov v matematike, resp. vo vyučovaní matematiky. *J. Segner* sa totiž stal **prvým profesorom matematiky na slávnej Univerzite v Göttingene**, čím sa nezmazateľne zaradil medzi slávnych matematikov tejto univerzity, ktorí na tejto univerzite pôsobili. Spomeňme aspoň tých najslávnejších: *K. F. Gauss* (1777 – 1855), *F. Klein* (1849 – 1925) a *D. Hilbert* (1862 – 1943). *Segner* na tejto univerzite pôsobil ako *profesor matematiky* v rokoch 1735 - 1755. Tu sa aj spriatelil s jedným z najväčších matematikov histórii vôbec, s *Leonhardom Eulerom* (1707 -

1783) a na jeho odporúčanie sa J. Segner stal členom Petrohradskej akadémie vied. Od roku 1755 pôsobil ako *profesor matematiky* na univerzite v Halle.



Obr. 5. Ján Andrej Segner (Johann Andreas von Segner)
(1704 – 1777)



Obr. 6. Jozef Maximilián Petzval (Joseph Maximilian Petzval)
(1807 - 1891)

Jozef Maximilián Petzval (1807 - 1891) sa narodil v Spišskej Belej. Laickou verejnosťou je považovaný za fyzika či technika, napriek tomu, že jeho profesiou bola **matematika** - vyše 40 rokov prednášal matematiku na Viedenskej univerzite. Petzval sa preslávil najmä ako vynálezca **fotografického objektívu** (tzv. **Petzval Poträtobjektiv**) svetového významu, ktorý významne znížil expozičný čas potrebný pre tvorbu portrétových fotografií. Z tohto dôvodu je Petzval považovaný hlavne za vynálezcu či fyzika. Poznamenajme, že keď sa Petzval oboznámil s prvým prakticky použiteľným fotografickým prístrojom, tzv. daguerreotypom (pomenovanom podľa jeho vynálezcu L. Daguerre), zistil, že jeho najväčšou slabinou je dlhý expozičný čas na tvorbu dostatočne kvalitnej fotografie, čo bolo spôsobené nekvalitným objektívom prístroja. Ovplyvnený aj naliehaním svojho kolegu Petzval sa nakoniec rozhodol, že navrhne nový typ objektívu, ktorý tento nedostatok odstráni. Jeho ďalšie kroky už boli pravdepodobne ovplyvnené skutočnosťou, že bol skutočne **dobrým matematikom**. Nesnažil sa totiž nový objektív hľadať experimentálnym overovaním rozličných objektívov, ale rozhodol sa, že nový objektív (ako sústavu zloženú z rozličných šošoviek) najprv na základe **zákonov geometrickej optiky** a **využitím matematických metód „vypočíta“**. Úloha sa však ukázala veľmi náročná na množstvo a náročnosť rozličných výpočtov. V tomto smere mu významne pomohol korunný princ, arcivojvoda Ludwig (1784 - 1864), ktorý mu na tieto **zložité výpočty** poskytol 8 delostrelcov a *troch desiatnikov* zo svojho vojska. Totiž delostrelci, spolu s ich dôstojníkmi boli od čias **Galilea Galileiho** vzdelávaní v matematike v školách pre delostrelcov (jednu takúto školu absolvoval aj veľký *Napoleon Bonaparte*). Výpočty robené v takomto už v takomto veľkom kolektíve počtárov sú niekedy označované za predchodcov **paralelného počítača** (aj keď iba jeho ľudskej formy). Výsledkom **šiestich mesiacov zložitých výpočtov** bol prelomový objektív v histórii fotografovania, ktorý zmenil expozičný čas fotografovania (v tej dobe 10 až 30 minút) na niekoľko sekúnd. Z uvedeného vyplýva, že J. M. Petzval si označenie **matematik** rozhodne zaslúži.

Podakovanie

Príspevok vznikol s podporou projektu KEGA SR číslo 003KU-4/2013.

Literatúra

- Ari Ben Menahem (2009). *Historical Encyclopedia of Natural and Mathematical Sciences*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York.
- Feynman R. (1998). *O povaze fyzikálných zákonů*, Aurora, Praha.
- Galilei, G. (1638). *Discorsi e dimostrazioni matematiche, intorno à due nuove scienze attenenti alla meccanica & i movimenti locali*. Leiden: Elzevier Press.
- Galilei, G. (1914). *Dialogues Concerning Two New Sciences*. New York: Macmillan.
- Galilei, G. (1623). *Il saggiatore (The Assayer)*, Roma.
- Galilei, G. (2013). *Rozhovory a matematické dôkazy o dvoch nových vedách, o mechanike a pohybe telies*. 1. diel. VERBUM –vydavateľstvo KU Ružomberku, Ružomberok.
- Galilei, G. (2014). *Rozhovory a matematické dôkazy o dvoch nových vedách, o mechanike a pohybe telies*. 2. diel. VERBUM –vydavateľstvo KU Ružomberku, Ružomberok.
- Galilei, G. (2015). *Rozhovory a matematické dôkazy o dvoch nových vedách, o mechanike a pohybe telies*. 3. diel. VERBUM –vydavateľstvo KU Ružomberku, Ružomberok.
- Kuznecov, B.G. (1975). *Od Galilea po Einsteina*. Nakladateľstvo Pravda, Bratislava.
- Maclachlan, J. (1997). *Galileo Galilei First Physicist*, Oxford University Press Oxford New York.
- Gillies, D. (ed.) (1992). *Revolutions in Mathematics*. Oxford: Clarendon Press
- Hawking, S.W. (2007). *Stručná historie času*. Argo, Dokořán.
- Juškevič, A.P. (1977). *Dějiny matematiky ve středověku*. Academie Praha.
- Kac, M., Ulam, S. (1977). *Matematika a logika*. Praha, SPN.
- Kuhn, T. (1997). *Struktura vědeckých revolucí*. Oikoymenh, Praha.
- Kvasz, L. (1999). *Gramatika zmeny*. Chronos, Bratislava.
- Stachová, D. Stacho, M. (2013). *O krivke najrýchlejšieho pádu*. In: Informačný vek modifikuje metódy a formy vyučovania matematiky. - Žilina: Žilinská univerzita, s. 120 -132,
- Struik, D.J. (1963). *Dějiny matematiky*. Malá moderní encyklopedie, Orbis Praha.
- White, M. (2011). *Antikrist Galileo*. Academia, Praha.

<http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/>

<http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Mathematicians/Segner.html>

<http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Petzval.html>

https://en.wikipedia.org/wiki/Joseph_Petzval